

Приложение  
к основной общеобразовательной  
программе основного общего образования

МУНИЦИПАЛЬНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ СРЕДНЯЯ ШКОЛА № 37 Г. ЛИПЕЦКА

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ПО МАТЕМАТИКЕ  
ДЛЯ 10-11 КЛАССОВ  
2021-2022 учебный год

Составители:

О.А.Аксенова, учитель математики, высшая квалификационная категория

Л.В.Иванова, учитель математики, высшая квалификационная категория

Липецк 2021

# 1. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ОБУЧАЮЩИМИСЯ ОСНОВНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ СРЕДНЕГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

## 1) ПЛАНИРУЕМЫЕ ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ООП

### **Личностные результаты в сфере отношений обучающихся к себе, к своему здоровью, к познанию себя:**

- ориентация обучающихся на достижение личного счастья, реализацию позитивных жизненных перспектив, инициативность, креативность, готовность и способность к личностному самоопределению, способность ставить цели и строить жизненные планы;
- готовность и способность обеспечить себе и своим близким достойную жизнь в процессе самостоятельной, творческой и ответственной деятельности;
- готовность и способность обучающихся к отстаиванию личного достоинства, собственного мнения, готовность и способность вырабатывать собственную позицию по отношению к общественно-политическим событиям прошлого и настоящего на основе осознания и осмысления истории, духовных ценностей и достижений нашей страны;
- готовность и способность обучающихся к саморазвитию и самовоспитанию в соответствии с общечеловеческими ценностями и идеалами гражданского общества, потребность в физическом самосовершенствовании, занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью;
- принятие и реализация ценностей здорового и безопасного образа жизни, бережное, ответственное и компетентное отношение к собственному физическому и психологическому здоровью; – неприятие вредных привычек: курения, употребления алкоголя, наркотиков.

### **Личностные результаты в сфере отношений обучающихся к России как к Родине (Отечеству):**

- российская идентичность, способность к осознанию российской идентичности в поликультурном социуме, чувство причастности к историко- культурной общности российского народа и судьбе России, патриотизм, готовность к служению Отечеству, его защите;
- уважение к своему народу, чувство ответственности перед Родиной, гордости за свой край, свою Родину, прошлое и настоящее многонационального народа России, уважение к государственным символам (герб, флаг, гимн);
- формирование уважения к русскому языку как государственному языку Российской Федерации, являющемуся основой российской идентичности и главным фактором национального самоопределения;
- воспитание уважения к культуре, языкам, традициям и обычаям народов, проживающих в Российской Федерации.

### **Личностные результаты в сфере отношений обучающихся к закону, государству и к гражданскому обществу:**

- гражданственность, гражданская позиция активного и ответственного члена российского общества, осознающего свои конституционные права и обязанности, уважающего закон и правопорядок, осознанно принимающего традиционные национальные и общечеловеческие гуманистические и демократические ценности, готового к участию в общественной жизни;
- признание неотчуждаемости основных прав и свобод человека, которые принадлежат каждому от рождения, готовность к осуществлению собственных прав и свобод без нарушения прав и свобод других лиц, готовность отстаивать собственные права и свободы человека и гражданина согласно общепризнанным принципам и нормам международного права и в соответствии с Конституцией Российской Федерации, правовая и политическая грамотность;
- мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки и общественной практики, основанное на диалоге культур, а также различных форм общественного сознания, осознание своего места в поликультурном мире;
- интериоризация ценностей демократии и социальной солидарности, готовность к договорному регулированию отношений в группе или социальной организации;
- готовность обучающихся к конструктивному участию в принятии решений, затрагивающих их права и интересы, в том числе в различных формах общественной самоорганизации, самоуправления, общественно значимой деятельности;
- приверженность идеям интернационализма, дружбы, равенства, взаимопомощи народов; воспитание уважительного отношения к национальному достоинству людей, их чувствам, религиозным убеждениям;
- готовность обучающихся противостоять идеологии экстремизма, национализма, ксенофобии; коррупции; дискриминации по социальным, религиозным, расовым, национальным признакам и другим негативным социальным явлениям.

### **Личностные результаты в сфере отношений обучающихся с окружающими людьми:**

- нравственное сознание и поведение на основе усвоения общечеловеческих ценностей, толерантного сознания и поведения в поликультурном мире, готовности и способности вести диалог с другими людьми, достигать в нем взаимопонимания, находить общие цели и сотрудничать для их достижения;
- принятие гуманистических ценностей, осознанное, уважительное и доброжелательное отношение к другому человеку, его мнению, мировоззрению;
- способность к сопереживанию и формирование позитивного отношения к людям, в том числе к лицам с ограниченными возможностями здоровья и инвалидам; бережное, ответственное и компетентное отношение к физическому и психологическому здоровью других людей, умение оказывать первую помощь;

- формирование выраженной в поведении нравственной позиции, в том числе способности к сознательному выбору добра, нравственного сознания и поведения на основе усвоения общечеловеческих ценностей и нравственных чувств (чести, долга, справедливости, милосердия и дружелюбия);
- развитие компетенций сотрудничества со сверстниками, детьми младшего возраста, взрослыми в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности.

**Личностные результаты в сфере отношений обучающихся к окружающему миру, живой природе, художественной культуре:**

- мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки, значимости науки, готовность к научно-техническому творчеству, владение достоверной информацией о передовых достижениях и открытиях мировой и отечественной науки, заинтересованность в научных знаниях об устройстве мира и общества;
- готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;
- экологическая культура, бережное отношения к родной земле, природным богатствам России и мира; понимание влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, ответственность за состояние природных ресурсов; умения и навыки разумного природопользования, нетерпимое отношение к действиям, приносящим вред экологии; приобретение опыта эколого-направленной деятельности;
- эстетические отношения к миру, готовность к эстетическому обустройству собственного быта.

**Личностные результаты в сфере отношений обучающихся к семье и родителям, в том числе подготовка к семейной жизни:**

- ответственное отношение к созданию семьи на основе осознанного принятия ценностей семейной жизни;
- положительный образ семьи, родительства (отцовства и материнства), интериоризация традиционных семейных ценностей.

**Личностные результаты в сфере отношения обучающихся к труду, в сфере социально-экономических отношений:**

- уважение ко всем формам собственности, готовность к защите своей собственности,
- осознанный выбор будущей профессии как путь и способ реализации собственных жизненных планов;
- готовность обучающихся к трудовой профессиональной деятельности как к возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем;

- потребность трудиться, уважение к труду и людям труда, трудовым достижениям, добросовестное, ответственное и творческое отношение к разным видам трудовой деятельности;
- готовность к самообслуживанию, включая обучение и выполнение домашних обязанностей.

**Личностные результаты в сфере физического, психологического, социального и академического благополучия обучающихся:**

- физическое, эмоционально-психологическое, социальное благополучие обучающихся в жизни образовательной организации, ощущение детьми безопасности и психологического комфорта, информационной безопасности.

**2) ПЛАНИРУЕМЫЕ МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ООП**

Метапредметные результаты освоения основной образовательной программы представлены тремя группами универсальных учебных действий (УУД).

**1. Регулятивные универсальные учебные действия**

**Выпускник научится:**

- самостоятельно определять цели, задавать параметры и критерии, по которым можно определить, что цель достигнута;
- оценивать возможные последствия достижения поставленной цели в деятельности, собственной жизни и жизни окружающих людей, основываясь на соображениях этики и морали;
- ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях;
- оценивать ресурсы, в том числе время и другие нематериальные ресурсы, необходимые для достижения поставленной цели;
- выбирать путь достижения цели, планировать решение поставленных задач, оптимизируя материальные и нематериальные затраты;
- организовывать эффективный поиск ресурсов, необходимых для достижения поставленной цели;
- сопоставлять полученный результат деятельности с поставленной заранее целью.

**2. Познавательные универсальные учебные действия**

**Выпускник научится:**

- искать и находить обобщенные способы решения задач, в том числе, осуществлять развернутый информационный поиск и ставить на его основе новые (учебные и познавательные) задачи;

- критически оценивать и интерпретировать информацию с разных позиций, распознавать и фиксировать противоречия в информационных источниках;
- использовать различные модельно-схематические средства для представления существенных связей и отношений, а также противоречий, выявленных в информационных источниках;
- находить и приводить критические аргументы в отношении действий и суждений другого; спокойно и разумно относиться к критическим замечаниям в отношении собственного суждения, рассматривать их как ресурс собственного развития;
- выходить за рамки учебного предмета и осуществлять целенаправленный поиск возможностей для широкого переноса средств и способов действия;
- выстраивать индивидуальную образовательную траекторию, учитывая ограничения со стороны других участников и ресурсные ограничения;
- менять и удерживать разные позиции в познавательной деятельности.

### **3. Коммуникативные универсальные учебные действия**

#### **Выпускник научится:**

- осуществлять деловую коммуникацию как со сверстниками, так и со взрослыми (как внутри образовательной организации, так и за ее пределами), подбирать партнеров для деловой коммуникации исходя из соображений результативности взаимодействия, а не личных симпатий;
- при осуществлении групповой работы быть как руководителем, так и членом команды в разных ролях (генератор идей, критик, исполнитель, выступающий, эксперт и т.д.);
- координировать и выполнять работу в условиях реального, виртуального и комбинированного взаимодействия;
- развернуто, логично и точно излагать свою точку зрения с использованием адекватных (устных и письменных) языковых средств;
- распознавать конфликтогенные ситуации и предотвращать конфликты до их активной фазы, выстраивать деловую и образовательную коммуникацию, избегая личностных оценочных суждений.

### 3) ПЛАНИРУЕМЫЕ ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ООП

#### Углубленный уровень

#### Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия

	Углубленный уровень «Системно-теоретические результаты»	
Раздел	II. Выпускник научится	IV. Выпускник получит возможность научиться
Цели освоения предмета	Для успешного продолжения образования по специальностям, связанным с прикладным использованием математики	Для обеспечения возможности успешного продолжения образования по специальностям, связанным с осуществлением научной и исследовательской деятельности в области математики и смежных наук
Элементы теории множеств и математической логики	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Свободно оперировать<sup>1</sup> понятиями: конечное множество, элемент множества, подмножество, пересечение, объединение и разность множеств, числовые множества на координатной прямой, отрезок, интервал, полуинтервал, промежутки с выколотой точкой, графическое представление множеств на координатной плоскости;</li> <li>– задавать множества перечислением и характеристическим свойством;</li> <li>– оперировать понятиями: утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, причина, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример;</li> </ul>	<p>Достижение результатов раздела II;</p> <p>оперировать понятием определения, основными видами определений, основными видами теорем; понимать суть косвенного доказательства; оперировать понятиями счетного и несчетного множества;</p> <p>применять метод математической индукции для проведения рассуждений и доказательств и при решении задач.</p> <p>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</p> <p>использовать теоретико-множественный язык и язык логики для описания реальных процессов и</p>

<sup>1</sup> Здесь и далее: знать определение понятия, знать и уметь обосновывать свойства (признаки, если они есть) понятия, характеризовать связи с другими понятиями, представляя одно понятие как часть целостного комплекса, использовать понятие и его свойства при проведении рассуждений, доказательств, решении задач.

	<ul style="list-style-type: none"> <li>– проверять принадлежность элемента множеству;</li> <li>– находить пересечение и объединение множеств, в том числе представленных графически на числовой прямой и на координатной плоскости;</li> <li>– проводить доказательные рассуждения для обоснования истинности утверждений.</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– использовать числовые множества на координатной прямой и на координатной плоскости для описания реальных процессов и явлений;</li> <li>– проводить доказательные рассуждения в ситуациях повседневной жизни, при решении задач из других предметов</li> </ul>	<p><i>явлений, при решении задач других учебных предметов</i></p>
<p><b>Числа и выражения</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Свободно оперировать понятиями: натуральное число, множество натуральных чисел, целое число, множество целых чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, смешанное число, рациональное число, множество рациональных чисел, иррациональное число, корень степени <math>n</math>, действительное число, множество действительных чисел, геометрическая интерпретация натуральных, целых, рациональных, действительных чисел;</li> <li>– понимать и объяснять разницу между позиционной и непозиционной системами записи чисел;</li> <li>– переводить числа из одной системы записи (системы счисления) в другую;</li> <li>– доказывать и использовать признаки делимости суммы и произведения при выполнении вычислений и решении задач;</li> </ul>	<p><i>Достижение результатов раздела II; свободно оперировать числовыми множествами при решении задач; понимать причины и основные идеи расширения числовых множеств; владеть основными понятиями теории делимости при решении стандартных задач иметь базовые представления о множестве комплексных чисел; свободно выполнять тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных выражений; владеть формулой бинома Ньютона; применять при решении задач теорему о линейном представлении НОД; применять при решении задач Китайскую теорему об остатках;</i></p>

- выполнять округление рациональных и иррациональных чисел с заданной точностью;
- сравнивать действительные числа разными способами;
- упорядочивать числа, записанные в виде обыкновенной и десятичной дроби, числа, записанные с использованием арифметического квадратного корня, корней степени больше 2;
- находить НОД и НОК разными способами и использовать их при решении задач;
- выполнять вычисления и преобразования выражений, содержащих действительные числа, в том числе корни натуральных степеней;
- выполнять стандартные тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных, иррациональных выражений.

*В повседневной жизни и при изучении других предметов:*

- выполнять и объяснять сравнение результатов вычислений при решении практических задач, в том числе приближенных вычислений, используя разные способы сравнений;
  - записывать, сравнивать, округлять числовые данные реальных величин с использованием разных систем измерения;
- составлять и оценивать разными способами числовые выражения при решении практических задач и задач из других учебных предметов

*применять при решении задач Малую теорему Ферма;*

*уметь выполнять запись числа в позиционной системе счисления;*

*применять при решении задач теоретико-числовые функции: число и сумма делителей, функцию Эйлера;*

*применять при решении задач цепные дроби;*

*применять при решении задач многочлены с действительными и целыми коэффициентами;*

*владеть понятиями приводимый и неприводимый многочлен и применять их при решении задач;*

*применять при решении задач Основную теорему алгебры;*

*применять при решении задач простейшие функции комплексной переменной как геометрические преобразования*

<p><b>Уравнения и неравенства</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Свободно оперировать понятиями: уравнение, неравенство, равносильные уравнения и неравенства, уравнение, являющееся следствием другого уравнения, уравнения, равносильные на множестве, равносильные преобразования уравнений;</li> <li>– решать разные виды уравнений и неравенств и их систем, в том числе некоторые уравнения 3-й и 4-й степеней, дробно-рациональные и иррациональные;</li> <li>– овладеть основными типами показательных, логарифмических, иррациональных, степенных уравнений и неравенств и стандартными методами их решений и применять их при решении задач;</li> <li>– применять теорему Безу к решению уравнений;</li> <li>– применять теорему Виета для решения некоторых уравнений степени выше второй;</li> <li>– понимать смысл теорем о равносильных и неравносильных преобразованиях уравнений и уметь их доказывать;</li> <li>– владеть методами решения уравнений, неравенств и их систем, уметь выбирать метод решения и обосновывать свой выбор;</li> <li>– использовать метод интервалов для решения неравенств, в том числе дробно-рациональных и включающих в себя иррациональные выражения;</li> <li>– решать алгебраические уравнения и неравенства и их системы с параметрами алгебраическим и графическим методами;</li> <li>– владеть разными методами доказательства неравенств;</li> <li>– решать уравнения в целых числах;</li> </ul>	<p><i>Достижение результатов раздела II;</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>свободно определять тип и выбирать метод решения показательных и логарифмических уравнений и неравенств, иррациональных уравнений и неравенств, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем;</i></li> <li>– <i>свободно решать системы линейных уравнений;</i></li> <li>– <i>решать основные типы уравнений и неравенств с параметрами;</i></li> <li>– <i>применять при решении задач неравенства Коши — Буняковского, Бернулли;</i></li> <li>– <i>иметь представление о неравенствах между средними степенными</i></li> </ul>
---------------------------------------	--	--

	<ul style="list-style-type: none"> <li>– изображать множества на плоскости, задаваемые уравнениями, неравенствами и их системами;</li> <li>– свободно использовать тождественные преобразования при решении уравнений и систем уравнений</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– составлять и решать уравнения, неравенства, их системы при решении задач других учебных предметов;</li> <li>– выполнять оценку правдоподобия результатов, получаемых при решении различных уравнений, неравенств и их систем при решении задач других учебных предметов;</li> <li>– составлять и решать уравнения и неравенства с параметрами при решении задач других учебных предметов;</li> <li>– составлять уравнение, неравенство или их систему, описывающие реальную ситуацию или прикладную задачу, интерпретировать полученные результаты;</li> <li>– использовать программные средства при решении отдельных классов уравнений и неравенств</li> </ul>	
<p><b>Функции</b></p>	<p>Владеть понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значение функции на числовом промежутке, периодическая</p>	<p><i>Достижение результатов раздела II; владеть понятием асимптоты и уметь его применять при решении задач; применять методы решения простейших дифференциальных уравнений первого и второго порядков</i></p>

функция, период, четная и нечетная функции;  
уметь применять эти понятия при решении задач;  
владеть понятием степенная функция; строить ее график и уметь применять свойства степенной функции при решении задач;  
владеть понятиями показательная функция, экспонента; строить их графики и уметь применять свойства показательной функции при решении задач;  
владеть понятием логарифмическая функция; строить ее график и уметь применять свойства логарифмической функции при решении задач;  
владеть понятиями тригонометрические функции; строить их графики и уметь применять свойства тригонометрических функций при решении задач;  
владеть понятием обратная функция; применять это понятие при решении задач;  
применять при решении задач свойства функций: четность, периодичность, ограниченность;  
применять при решении задач преобразования графиков функций;  
владеть понятиями числовая последовательность, арифметическая и геометрическая прогрессия;  
применять при решении задач свойства и признаки арифметической и геометрической прогрессий.

*В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:*

- определять по графикам и использовать для решения прикладных задач свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и

	<p>убывания функции, промежутки знакопостоянства, асимптоты, точки перегиба, период и т.п.);</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации;</li> </ul> <p>определять по графикам простейшие характеристики периодических процессов в биологии, экономике, музыке, радиосвязи и др. (амплитуда, период и т.п.)</p>	
<p><b>Элементы математического анализа</b></p>	<p>Владеть понятием бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и уметь применять его при решении задач;</p> <p>применять для решения задач теорию пределов;</p> <p>владеть понятиями бесконечно большие и бесконечно малые числовые последовательности и уметь сравнивать бесконечно большие и бесконечно малые последовательности;</p> <p>владеть понятиями: производная функции в точке, производная функции;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– вычислять производные элементарных функций и их комбинаций;</li> <li>– исследовать функции на монотонность и экстремумы;</li> <li>– строить графики и применять к решению задач, в том числе с параметром;</li> <li>– владеть понятием касательная к графику функции и уметь применять его при решении задач;</li> <li>– владеть понятиями первообразная функция, определенный интеграл;</li> <li>– применять теорему Ньютона–Лейбница и ее следствия для решения задач.</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>Достижение результатов раздела II;</i></li> <li>– <i>свободно владеть стандартным аппаратом математического анализа для вычисления производных функции одной переменной;</i></li> <li>– <i>свободно применять аппарат математического анализа для исследования функций и построения графиков, в том числе исследования на выпуклость;</i></li> <li>– <i>оперировать понятием первообразной функции для решения задач;</i></li> <li>– <i>овладеть основными сведениями об интеграле Ньютона–Лейбница и его простейших применениях;</i></li> <li>– <i>оперировать в стандартных ситуациях производными высших порядков;</i></li> <li>– <i>уметь применять при решении задач свойства непрерывных функций;</i></li> <li>– <i>уметь применять при решении задач теоремы Вейерштрасса;</i></li> <li>– <i>уметь выполнять приближенные вычисления (методы решения уравнений, вычисления определенного интеграла);</i></li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>– решать прикладные задачи из биологии, физики, химии, экономики и других предметов, связанные с исследованием характеристик процессов;</li> <li>– интерпретировать полученные результаты</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– уметь применять приложение производной и определенного интеграла к решению задач естествознания;</li> <li>– владеть понятиями вторая производная, выпуклость графика функции и уметь исследовать функцию на выпуклость</li> </ul>
<p><b>Статистика и теория вероятностей, логика и комбинаторика</b></p>	<p>Оперировать основными описательными характеристиками числового набора, понятием генеральная совокупность и выборкой из нее;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– оперировать понятиями: частота и вероятность события, сумма и произведение вероятностей, вычислять вероятности событий на основе подсчета числа исходов;</li> <li>– владеть основными понятиями комбинаторики и уметь их применять при решении задач;</li> <li>– иметь представление об основах теории вероятностей;</li> <li>– иметь представление о дискретных и непрерывных случайных величинах и распределениях, о независимости случайных величин;</li> <li>– иметь представление о математическом ожидании и дисперсии случайных величин;</li> <li>– иметь представление о совместных распределениях случайных величин;</li> <li>– понимать суть закона больших чисел и выборочного метода измерения вероятностей;</li> <li>– иметь представление о нормальном распределении и примерах нормально распределенных случайных величин;</li> <li>– иметь представление о корреляции случайных величин.</li> </ul>	<p><i>Достижение результатов раздела II;</i></p> <p><i>иметь представление о центральной предельной теореме;</i></p> <p><i>иметь представление о выборочном коэффициенте корреляции и линейной регрессии;</i></p> <p><i>иметь представление о статистических гипотезах и проверке статистической гипотезы, о статистике критерия и ее уровне значимости;</i></p> <p><i>иметь представление о связи эмпирических и теоретических распределений;</i></p> <p><i>иметь представление о кодировании, двоичной записи, двоичном дереве;</i></p> <p><i>владеть основными понятиями теории графов (граф, вершина, ребро, степень вершины, путь в графе) и уметь применять их при решении задач;</i></p> <p><i>иметь представление о деревьях и уметь применять при решении задач;</i></p> <p><i>владеть понятием связность и уметь применять компоненты связности при решении задач;</i></p> <p><i>уметь осуществлять пути по ребрам, обходы ребер и вершин графа;</i></p> <p><i>иметь представление об эйлеровом и гамильтоновом пути, иметь представление о трудности задачи нахождения гамильтонова пути;</i></p>

	<p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– вычислять или оценивать вероятности событий в реальной жизни;</li> <li>– выбирать методы подходящего представления и обработки данных</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– владеть понятиями конечные и счетные множества и уметь их применять при решении задач;</li> <li>– уметь применять метод математической индукции;</li> <li>– уметь применять принцип Дирихле при решении задач</li> </ul>
<b>Текстовые задачи</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Решать разные задачи повышенной трудности;</li> <li>– анализировать условие задачи, выбирать оптимальный метод решения задачи, рассматривая различные методы;</li> <li>– строить модель решения задачи, проводить доказательные рассуждения при решении задачи;</li> <li>– решать задачи, требующие перебора вариантов, проверки условий, выбора оптимального результата;</li> <li>– анализировать и интерпретировать полученные решения в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту;</li> <li>– переводить при решении задачи информацию из одной формы записи в другую, используя при необходимости схемы, таблицы, графики, диаграммы.</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– решать практические задачи и задачи из других предметов</li> </ul>	<p><i>Достижение результатов раздела II</i></p>
<b>Геометрия</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Владеть геометрическими понятиями при решении задач и проведении математических рассуждений;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>Иметь представление об аксиоматическом методе;</i></li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>– самостоятельно формулировать определения геометрических фигур, выдвигать гипотезы о новых свойствах и признаках геометрических фигур и обосновывать или опровергать их, обобщать или конкретизировать результаты на новых классах фигур, проводить в несложных случаях классификацию фигур по различным основаниям;</li> <li>– исследовать чертежи, включая комбинации фигур, извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную на чертежах;</li> <li>– решать задачи геометрического содержания, в том числе в ситуациях, когда алгоритм решения не следует явно из условия, выполнять необходимые для решения задачи дополнительные построения, исследовать возможность применения теорем и формул для решения задач;</li> <li>– уметь формулировать и доказывать геометрические утверждения;</li> <li>– владеть понятиями стереометрии: призма, параллелепипед, пирамида, тетраэдр;</li> <li>– иметь представления об аксиомах стереометрии и следствиях из них и уметь применять их при решении задач;</li> <li>– уметь строить сечения многогранников с использованием различных методов, в том числе и метода следов;</li> <li>– иметь представление о скрещивающихся прямых в пространстве и уметь находить угол и расстояние между ними;</li> <li>– применять теоремы о параллельности прямых и плоскостей в пространстве при решении задач;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>владеть понятием геометрические места точек в пространстве и уметь применять их для решения задач;</i></li> <li>– <i>уметь применять для решения задач свойства плоских и двугранных углов, трехгранного угла, теоремы косинусов и синусов для трехгранного угла;</i></li> <li>– <i>владеть понятием перпендикулярное сечение призмы и уметь применять его при решении задач;</i></li> <li>– <i>иметь представление о двойственности правильных многогранников;</i></li> <li>– <i>владеть понятиями центральное и параллельное проектирование и применять их при построении сечений многогранников методом проекций;</i></li> <li>– <i>иметь представление о развертке многогранника и кратчайшем пути на поверхности многогранника;</i></li> <li>– <i>иметь представление о конических сечениях;</i></li> <li>– <i>иметь представление о касающихся сферах и комбинации тел вращения и уметь применять их при решении задач;</i></li> <li>– <i>применять при решении задач формулу расстояния от точки до плоскости;</i></li> <li>– <i>владеть разными способами задания прямой уравнениями и уметь применять при решении задач;</i></li> <li>– <i>применять при решении задач и доказательстве теорем векторный метод и метод координат;</i></li> <li>– <i>иметь представление об аксиомах объема, применять формулы объемов прямоугольного</i></li> </ul>
---	--

<ul style="list-style-type: none"> <li>– уметь применять параллельное проектирование для изображения фигур;</li> <li>– уметь применять перпендикулярности прямой и плоскости при решении задач;</li> <li>– владеть понятиями ортогональное проектирование, наклонные и их проекции, уметь применять теорему о трех перпендикулярах при решении задач;</li> <li>– владеть понятиями расстояние между фигурами в пространстве, общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых и уметь применять их при решении задач;</li> <li>– владеть понятием угол между прямой и плоскостью и уметь применять его при решении задач;</li> <li>– владеть понятиями двугранный угол, угол между плоскостями, перпендикулярные плоскости и уметь применять их при решении задач;</li> <li>– владеть понятиями призма, параллелепипед и применять свойства параллелепипеда при решении задач;</li> <li>– владеть понятием прямоугольный параллелепипед и применять его при решении задач;</li> <li>– владеть понятиями пирамида, виды пирамид, элементы правильной пирамиды и уметь применять их при решении задач;</li> <li>– иметь представление о теореме Эйлера, правильных многогранниках;</li> <li>– владеть понятием площади поверхностей многогранников и уметь применять его при решении задач;</li> </ul>	<p><i>параллелепипеда, призмы и пирамиды, тетраэдра при решении задач;</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>применять теоремы об отношениях объемов при решении задач;</i></li> <li>– <i>применять интеграл для вычисления объемов и поверхностей тел вращения, вычисления площади сферического пояса и объема шарового слоя;</i></li> <li>– <i>иметь представление о движениях в пространстве: параллельном переносе, симметрии относительно плоскости, центральной симметрии, повороте относительно прямой, винтовой симметрии, уметь применять их при решении задач;</i></li> <li>– <i>иметь представление о площади ортогональной проекции;</i></li> <li>– <i>иметь представление о трехгранном и многогранном угле и применять свойства плоских углов многогранного угла при решении задач;</i></li> <li>– <i>иметь представления о преобразовании подобия, гомотетии и уметь применять их при решении задач;</i></li> <li>– <i>уметь решать задачи на плоскости методами стереометрии;</i></li> <li>– <i>уметь применять формулы объемов при решении задач</i></li> </ul>
--	--

	<ul style="list-style-type: none"> <li>– владеть понятиями тела вращения (цилиндр, конус, шар и сфера), их сечения и уметь применять их при решении задач;</li> <li>– владеть понятиями касательные прямые и плоскости и уметь применять их при решении задач;</li> <li>– иметь представления о вписанных и описанных сферах и уметь применять их при решении задач;</li> <li>– владеть понятиями объем, объемы многогранников, тел вращения и применять их при решении задач;</li> <li>– иметь представление о развертке цилиндра и конуса, площади поверхности цилиндра и конуса, уметь применять их при решении задач;</li> <li>– иметь представление о площади сферы и уметь применять его при решении задач;</li> <li>– уметь решать задачи на комбинации многогранников и тел вращения;</li> <li>– иметь представление о подобии в пространстве и уметь решать задачи на отношение объемов и площадей поверхностей подобных фигур.</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– составлять с использованием свойств геометрических фигур математические модели для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин, исследовать полученные модели и интерпретировать результат</li> </ul>	
<p><b><i>Векторы и координаты в пространстве</i></b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Владеть понятиями векторы и их координаты;</li> <li>– уметь выполнять операции над векторами;</li> <li>– использовать скалярное произведение векторов при решении задач;</li> </ul>	<p><i>Достижение результатов раздела II;</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– находить объем параллелепипеда и тетраэдра, заданных координатами своих вершин;</li> <li>– задавать прямую в пространстве;</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>– применять уравнение плоскости, формулу расстояния между точками, уравнение сферы при решении задач;</li> <li>– применять векторы и метод координат в пространстве при решении задач</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>находить расстояние от точки до плоскости в системе координат;</i></li> <li>– <i>находить расстояние между скрещивающимися прямыми, заданными в системе координат</i></li> </ul>
<b>История математики</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Иметь представление о вкладе выдающихся математиков в развитие науки;</li> <li>– понимать роль математики в развитии России</li> </ul>	<i>Достижение результатов раздела II</i>
<b>Методы математики</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Использовать основные методы доказательства, проводить доказательство и выполнять опровержение;</li> <li>– применять основные методы решения математических задач;</li> <li>– на основе математических закономерностей в природе характеризовать красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства;</li> <li>– применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач;</li> <li>– пользоваться прикладными программами и программами символьных вычислений для исследования математических объектов</li> </ul>	<i>Достижение результатов раздела II; применять математические знания к исследованию окружающего мира (моделирование физических процессов, задачи экономики)</i>

## Предметные результаты: (Базовый уровень)

### Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия

Базовый уровень «Проблемно-функциональные результаты»		
Раздел	I. Выпускник научится	III. Выпускник получит возможность научиться
Цели освоения предмета	Для использования в повседневной жизни и обеспечения возможности успешного продолжения образования по специальностям, не связанным с прикладным использованием математики	Для развития мышления, использования в повседневной жизни и обеспечения возможности успешного продолжения образования по специальностям, не связанным с прикладным использованием математики
Элементы теории множеств и математической логики	<p>Оперировать на базовом уровне<sup>2</sup> понятиями: конечное множество, элемент множества, подмножество, пересечение и объединение множеств, числовые множества на координатной прямой, отрезок, интервал;</p> <p>оперировать на базовом уровне понятиями: утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, причина, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример;</p> <p>находить пересечение и объединение двух множеств, представленных графически на числовой прямой;</p>	<p>– Оперировать<sup>3</sup> понятиями: конечное множество, элемент множества, подмножество, пересечение и объединение множеств, числовые множества на координатной прямой, отрезок, интервал, полуинтервал, промежуток с выколотой точкой, графическое представление множеств на координатной плоскости;</p> <p>– оперировать понятиями: утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные</p>

<sup>2</sup>Здесь и далее: распознавать конкретные примеры общих понятий по характерным признакам, выполнять действия в соответствии с определением и простейшими свойствами понятий, конкретизировать примерами общие понятия.

<sup>3</sup> Здесь и далее; знать определение понятия, уметь пояснять его смысл, уметь использовать понятие и его свойства при проведении рассуждений, решении задач.

	<p>строить на числовой прямой подмножество числового множества, заданное простейшими условиями;</p> <p>распознавать ложные утверждения, ошибки в рассуждениях, в том числе с использованием контрпримеров.</p> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– использовать числовые множества на координатной прямой для описания реальных процессов и явлений;</li> <li>– проводить логические рассуждения в ситуациях повседневной жизни</li> </ul>	<p><i>утверждения, причина, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример;</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– проверять принадлежность элемента множеству;</li> <li>– находить пересечение и объединение множеств, в том числе представленных графически на числовой прямой и на координатной плоскости;</li> <li>– проводить доказательные рассуждения для обоснования истинности утверждений.</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– использовать числовые множества на координатной прямой и на координатной плоскости для описания реальных процессов и явлений;</li> <li>– проводить доказательные рассуждения в ситуациях повседневной жизни, при решении задач из других предметов</li> </ul>
<p><b>Числа и выражения</b></p>	<p>Оперировать на базовом уровне понятиями: целое число, делимость чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, рациональное число, приближённое значение числа, часть, доля,</p>	<p><i>Свободно оперировать понятиями: целое число, делимость чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, рациональное число, приближённое значение числа, часть, доля,</i></p>

<p>отношение, процент, повышение и понижение на заданное число процентов, масштаб;</p> <p>оперировать на базовом уровне понятиями:</p> <p>логарифм числа, тригонометрическая окружность, градусная мера угла, величина угла, заданного точкой на тригонометрической окружности, синус, косинус, тангенс и котангенс углов, имеющих произвольную величину;</p> <p>выполнять арифметические действия с целыми и рациональными числами;</p> <p>выполнять несложные преобразования числовых выражений, содержащих степени чисел, либо корни из чисел, либо логарифмы чисел;</p> <p>сравнивать рациональные числа между собой;</p> <p>оценивать и сравнивать с рациональными числами значения целых степеней чисел, корней натуральной степени из чисел, логарифмов чисел в простых случаях;</p> <p>изображать точками на числовой прямой целые и рациональные числа;</p> <p>изображать точками на числовой прямой целые степени чисел, корни натуральной степени из чисел, логарифмы чисел в простых случаях;</p> <p>выполнять несложные преобразования целых и дробно-рациональных буквенных выражений;</p> <p>выражать в простейших случаях из равенства одну переменную через другие;</p> <p>вычислять в простых случаях значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования;</p>	<p><i>отношение, процент, повышение и понижение на заданное число процентов, масштаб;</i></p> <p><i>приводить примеры чисел с заданными свойствами делимости;</i></p> <p><i>оперировать понятиями: логарифм числа, тригонометрическая окружность, радианная и градусная мера угла, величина угла, заданного точкой на тригонометрической окружности, синус, косинус, тангенс и котангенс углов, имеющих произвольную величину, числа <math>e</math> и <math>\pi</math>;</i></p> <p><i>выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы, применяя при необходимости вычислительные устройства;</i></p> <p><i>находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма, используя при необходимости вычислительные устройства;</i></p> <p><i>пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;</i></p> <p><i>проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, корни, логарифмы и тригонометрические функции;</i></p> <p><i>находить значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования;</i></p> <p><i>– изображать схематически угол, величина которого выражена в градусах или радианах;</i></p>
--	---

	<p>изображать схематически угол, величина которого выражена в градусах; оценивать знаки синуса, косинуса, тангенса, котангенса конкретных углов.</p> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:</i> выполнять вычисления при решении задач практического характера; выполнять практические расчеты с использованием при необходимости справочных материалов и вычислительных устройств; соотносить реальные величины, характеристики объектов окружающего мира с их конкретными числовыми значениями; использовать методы округления, приближения и прикидки при решении практических задач повседневной жизни</p>	<p>– использовать при решении задач табличные значения тригонометрических функций углов; – выполнять перевод величины угла из радианной меры в градусную и обратно.</p> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:</i> выполнять действия с числовыми данными при решении задач практического характера и задач из различных областей знаний, используя при необходимости справочные материалы и вычислительные устройства; оценивать, сравнивать и использовать при решении практических задач числовые значения реальных величин, конкретные числовые характеристики объектов окружающего мира</p>
<p><b>Уравнения и неравенства</b></p>	<p>Решать линейные уравнения и неравенства, квадратные уравнения; решать логарифмические уравнения вида <math>\log_a (bx + c) = d</math> и простейшие неравенства вида <math>\log_a x &lt; d</math>; решать показательные уравнения, вида <math>a^{bx+c} = d</math> (где <math>d</math> можно представить в виде степени с основанием <math>a</math>) и простейшие неравенства вида <math>a^x &lt; d</math> (где <math>d</math> можно представить в виде степени с основанием <math>a</math>); приводить несколько примеров корней простейшего тригонометрического уравнения вида: <math>\sin x = a</math>,</p>	<p>– Решать рациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, простейшие иррациональные и тригонометрические уравнения, неравенства и их системы; использовать методы решения уравнений: приведение к виду «произведение равно нулю» или «частное равно нулю», замена переменных; использовать метод интервалов для решения неравенств;</p>

	<p><math>\cos x = a, \operatorname{tg} x = a, \operatorname{ctg} x = a</math>, где <math>a</math> – табличное значение соответствующей тригонометрической функции.</p> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– составлять и решать уравнения и системы уравнений при решении несложных практических задач</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– использовать графический метод для приближенного решения уравнений и неравенств;</li> <li>– изображать на тригонометрической окружности множество решений простейших тригонометрических уравнений и неравенств;</li> <li>– выполнять отбор корней уравнений или решений неравенств в соответствии с дополнительными условиями и ограничениями.</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– составлять и решать уравнения, системы уравнений и неравенства при решении задач других учебных предметов;</li> <li>– использовать уравнения и неравенства для построения и исследования простейших математических моделей реальных ситуаций или прикладных задач;</li> <li>– уметь интерпретировать полученный при решении уравнения, неравенства или системы результат, оценивать его правдоподобие в контексте заданной реальной ситуации или прикладной задачи</li> </ul>
<b>Функции</b>	<p>Оперировать на базовом уровне понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и</p>	<p>Оперировать понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции,</p>

<p>множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значение функции на числовом промежутке, периодическая функция, период;</p> <p>оперировать на базовом уровне понятиями: прямая и обратная пропорциональность линейная, квадратичная, логарифмическая и показательная функции, тригонометрические функции;</p> <p>распознавать графики элементарных функций: прямой и обратной пропорциональности, линейной, квадратичной, логарифмической и показательной функций, тригонометрических функций;</p> <p>соотносить графики элементарных функций: прямой и обратной пропорциональности, линейной, квадратичной, логарифмической и показательной функций, тригонометрических функций с формулами, которыми они заданы;</p> <p>находить по графику приближённо значения функции в заданных точках;</p> <p>определять по графику свойства функции (нули, промежутки знакопостоянства, промежутки монотонности, наибольшие и наименьшие значения и т.п.);</p> <p>строить эскиз графика функции, удовлетворяющей приведенному набору условий (промежутки</p>	<p><i>график зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значение функции на числовом промежутке, периодическая функция, период, четная и нечетная функции;</i></p> <p><i>оперировать понятиями: прямая и обратная пропорциональность, линейная, квадратичная, логарифмическая и показательная функции, тригонометрические функции;</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li><i>– определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;</i></li> <li><i>– строить графики изученных функций;</i></li> </ul> <p><i>описывать по графику и в простейших случаях по формуле поведение и свойства функций, находить по графику функции наибольшие и наименьшие значения;</i></p> <p><i>строить эскиз графика функции, удовлетворяющей приведенному набору условий (промежутки возрастания/убывания, значение функции в заданной точке, точки экстремумов, асимптоты, нули функции и т.д.);</i></p> <p><i>решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков.</i></p>
---	---

	<p>возрастания/убывания, значение функции в заданной точке, точки экстремумов и т.д.).</p> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <p>определять по графикам свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания, промежутки знакопостоянства и т.п.);</p> <p>интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации</p>	<p><i>В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– определять по графикам и использовать для решения прикладных задач свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания функции, промежутки знакопостоянства, асимптоты, период и т.п.);</li> <li>– интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации;</li> <li>– определять по графикам простейшие характеристики периодических процессов в биологии, экономике, музыке, радиосвязи и др. (амплитуда, период и т.п.)</li> </ul>
<p><b>Элементы математического анализа</b></p>	<p>Оперировать на базовом уровне понятиями: производная функции в точке, касательная к графику функции, производная функции;</p> <p>определять значение производной функции в точке по изображению касательной к графику, проведенной в этой точке;</p> <p>решать несложные задачи на применение связи между промежутками монотонности и точками экстремума функции, с одной стороны, и промежутками знакопостоянства и нулями производной этой функции – с другой.</p>	<p><i>Оперировать понятиями: производная функции в точке, касательная к графику функции, производная функции;</i></p> <p><i>вычислять производную одночлена, многочлена, квадратного корня, производную суммы функций;</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– вычислять производные элементарных функций и их комбинаций, используя справочные материалы;</li> <li>– исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций, строить графики многочленов и простейших рациональных функций</li> </ul>

	<p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <p>пользуясь графиками, сравнивать скорости возрастания (роста, повышения, увеличения и т.п.) или скорости убывания (падения, снижения, уменьшения и т.п.) величин в реальных процессах;</p> <p>соотносить графики реальных процессов и зависимостей с их описаниями, включающими характеристики скорости изменения (быстрый рост, плавное понижение и т.п.);</p> <p>использовать графики реальных процессов для решения несложных прикладных задач, в том числе определяя по графику скорость хода процесса</p>	<p><i>с использованием аппарата математического анализа.</i></p> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:</i></p> <p><i>решать прикладные задачи из биологии, физики, химии, экономики и других предметов, связанные с исследованием характеристик реальных процессов, нахождением наибольших и наименьших значений, скорости и ускорения и т.п.;</i></p> <p><i>интерпретировать полученные результаты</i></p>
<p><b>Статистика и теория вероятностей, логика и комбинаторика</b></p>	<p>Оперировать на базовом уровне основными описательными характеристиками числового набора: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения;</p> <p>оперировать на базовом уровне понятиями: частота и вероятность события, случайный выбор, опыты с равновероятными элементарными событиями;</p> <p>– вычислять вероятности событий на основе подсчета числа исходов.</p> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p>	<p>– <i>Иметь представление о дискретных и непрерывных случайных величинах и распределениях, о независимости случайных величин;</i></p> <p>– <i>иметь представление о математическом ожидании и дисперсии случайных величин;</i></p> <p>– <i>иметь представление о нормальном распределении и примерах нормально распределенных случайных величин;</i></p>

	<p>оценивать и сравнивать в простых случаях вероятности событий в реальной жизни; читать, сопоставлять, сравнивать, интерпретировать в простых случаях реальные данные, представленные в виде таблиц, диаграмм, графиков</p>	<p><i>понимать суть закона больших чисел и выборочного метода измерения вероятностей;</i>  <i>иметь представление об условной вероятности и о полной вероятности, применять их в решении задач;</i>  <i>иметь представление о важных частных видах распределений и применять их в решении задач;</i>  – <i>иметь представление о корреляции случайных величин, о линейной регрессии.</i></p> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i>  – <i>вычислять или оценивать вероятности событий в реальной жизни;</i>  – <i>выбирать подходящие методы представления и обработки данных;</i>  – <i>уметь решать несложные задачи на применение закона больших чисел в социологии, страховании, здравоохранении, обеспечении безопасности населения в чрезвычайных ситуациях</i></p>
<p><b>Текстовые задачи</b></p>	<p>Решать несложные текстовые задачи разных типов;  – анализировать условие задачи, при необходимости строить для ее решения математическую модель;</p>	<p>– <i>Решать задачи разных типов, в том числе задачи повышенной трудности;</i>  – <i>выбирать оптимальный метод решения задачи, рассматривая различные методы;</i></p>

<ul style="list-style-type: none"> <li>– понимать и использовать для решения задачи информацию, представленную в виде текстовой и символической записи, схем, таблиц, диаграмм, графиков, рисунков;</li> <li>– действовать по алгоритму, содержащемуся в условии задачи;</li> <li>– использовать логические рассуждения при решении задачи;</li> <li>– работать с избыточными условиями, выбирая из всей информации, данные, необходимые для решения задачи;</li> <li>– осуществлять несложный перебор возможных решений, выбирая из них оптимальное по критериям, сформулированным в условии;</li> <li>– анализировать и интерпретировать полученные решения в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту;</li> </ul> <p>решать задачи на расчет стоимости покупок, услуг, поездок и т.п.;</p> <p>решать несложные задачи, связанные с долевым участием во владении фирмой, предприятием, недвижимостью;</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>строить модель решения задачи, проводить доказательные рассуждения;</i></li> <li>– <i>решать задачи, требующие перебора вариантов, проверки условий, выбора оптимального результата;</i></li> <li>– <i>анализировать и интерпретировать результаты в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту;</i></li> <li>– <i>переводить при решении задачи информацию из одной формы в другую, используя при необходимости схемы, таблицы, графики, диаграммы;</i></li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>решать практические задачи и задачи из других предметов</i></li> </ul>
--	---

	<p>решать задачи на простые проценты (системы скидок, комиссии) и на вычисление сложных процентов в различных схемах вкладов, кредитов и ипотек;</p> <p>решать практические задачи, требующие использования отрицательных чисел: на определение температуры, на определение положения на временной оси (до нашей эры и после), на движение денежных средств (приход/расход), на определение глубины/высоты и т.п.;</p> <p>использовать понятие масштаба для нахождения расстояний и длин на картах, планах местности, планах помещений, выкройках, при работе на компьютере и т.п.</p> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <p>– решать несложные практические задачи, возникающие в ситуациях повседневной жизни</p>	
<b>Геометрия</b>	<p>Оперировать на базовом уровне понятиями: точка, прямая, плоскость в пространстве, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей;</p> <p>распознавать основные виды многогранников (призма, пирамида, прямоугольный параллелепипед, куб);</p> <p>изображать изучаемые фигуры от руки и с применением простых чертежных инструментов;</p>	<p><i>Оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость в пространстве, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей;</i></p> <p><i>применять для решения задач геометрические факты, если условия применения заданы в явной форме;</i></p> <p><i>решать задачи нахождение геометрических величин по образцам или алгоритмам;</i></p>

<p>         делать (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объемных фигур: вид сверху, сбоку, снизу;       </p> <p>         извлекать информацию о пространственных геометрических фигурах, представленную на чертежах и рисунках;       </p> <p>         применять теорему Пифагора при вычислении элементов стереометрических фигур;       </p> <p>         находить объемы и площади поверхностей простейших многогранников с применением формул;       </p> <p>         распознавать основные виды тел вращения (конус, цилиндр, сфера и шар);       </p> <p>         находить объемы и площади поверхностей простейших многогранников и тел вращения с применением формул.       </p> <p> <i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i> </p> <p>         соотносить абстрактные геометрические понятия и факты с реальными жизненными объектами и ситуациями;       </p> <p>         использовать свойства пространственных геометрических фигур для решения типовых задач практического содержания;       </p> <p>         соотносить площади поверхностей тел одинаковой формы различного размера;       </p> <p>         соотносить объемы сосудов одинаковой формы различного размера;       </p>	<p> <i>делать (выносные) плоские чертежи из рисунков объемных фигур, в том числе рисовать вид сверху, сбоку, строить сечения многогранников; извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о геометрических фигурах, представленную на чертежах;</i> </p> <p> <i>применять геометрические факты для решения задач, в том числе предполагающих несколько шагов решения;</i> </p> <p> <i>описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве;</i> </p> <p> <i>формулировать свойства и признаки фигур; доказывать геометрические утверждения;</i> </p> <p> <i>владеть стандартной классификацией пространственных фигур (пирамиды, призмы, параллелепипеды);</i> </p> <p> <i>находить объемы и площади поверхностей геометрических тел с применением формул; вычислять расстояния и углы в пространстве.</i> </p> <p> <i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i> </p> <p> <i>использовать свойства геометрических фигур для решения задач практического характера и задач из других областей знаний</i> </p>
--	--

	оценивать форму правильного многогранника после спилов, срезов и т.п. (определять количество вершин, ребер и граней полученных многогранников)	
<b>Векторы и координаты в пространстве</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Оперировать на базовом уровне понятием декартовы координаты в пространстве;</li> <li>– находить координаты вершин куба и прямоугольного параллелепипеда</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Оперировать понятиями декартовы координаты в пространстве, вектор, модуль вектора, равенство векторов, координаты вектора, угол между векторами, скалярное произведение векторов, коллинеарные векторы;</li> <li>– находить расстояние между двумя точками, сумму векторов и произведение вектора на число, угол между векторами, скалярное произведение, раскладывать вектор по двум неколлинеарным векторам;</li> <li>– задавать плоскость уравнением в декартовой системе координат;</li> <li>– решать простейшие задачи введением векторного базиса</li> </ul>
<b>История математики</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Описывать отдельные выдающиеся результаты, полученные в ходе развития математики как науки;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Представлять вклад выдающихся математиков в развитие математики и иных научных областей;</li> <li>– понимать роль математики в развитии России</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>– знать примеры математических открытий и их авторов в связи с отечественной и всемирной историей;</li> <li>– понимать роль математики в развитии России</li> </ul>	
<p><b>Методы математик и</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Применять известные методы при решении стандартных математических задач;</li> <li>– замечать и характеризовать математические закономерности в окружающей действительности;</li> <li>– приводить примеры математических закономерностей в природе, в том числе характеризующих красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>Использовать основные методы доказательства, проводить доказательство и выполнять опровержение;</i></li> <li>– <i>применять основные методы решения математических задач;</i></li> <li>– <i>на основе математических закономерностей в природе характеризовать красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства;</i></li> <li>– <i>применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач</i></li> </ul>

# 1. СОДЕРЖАНИЕ

## Углубленный уровень Алгебра и начала анализа

Повторение. Решение задач с использованием свойств чисел и систем счисления, делимости, долей и частей, процентов, модулей чисел. Решение задач с использованием свойств степеней и корней, многочленов, преобразований многочленов и дробно-рациональных выражений. Решение задач с использованием градусной меры угла. Модуль числа и его свойства. Решение задач на движение и совместную работу, смеси и сплавы с помощью линейных, квадратных и дробно-рациональных уравнений и их систем. Решение задач с помощью числовых неравенств и систем неравенств с одной переменной, с применением изображения числовых промежутков. Решение задач с использованием числовых функций и их графиков. Использование свойств и графиков линейных и квадратичных функций, обратной пропорциональности и функции  $y = \sqrt{x}$ . Графическое решение уравнений и неравенств. Использование операций над множествами и высказываниями. Использование неравенств и систем неравенств с одной переменной, числовых промежутков, их объединений и пересечений. Применение при решении задач свойств арифметической и геометрической прогрессии, суммирования бесконечной сходящейся геометрической прогрессии.

Множества (числовые, геометрических фигур). Характеристическое свойство, элемент множества, пустое, конечное, бесконечное множество. Способы задания множеств Подмножество. Отношения принадлежности, включения, равенства. Операции над множествами. Круги Эйлера. Конечные и бесконечные, счетные и несчетные множества.

Истинные и ложные высказывания, операции над высказываниями. *Алгебра высказываний*. Связь высказываний с множествами. Кванторы существования и всеобщности.

Законы логики. *Основные логические правила*. Решение логических задач с использованием кругов Эйлера, *основных логических правил*.

Умозаключения. Обоснования и доказательство в математике. Теоремы. Виды математических утверждений. *Виды доказательств. Математическая индукция. Утверждения: обратное данному, противоположное, обратное противоположному данному*. Признак и свойство, необходимые и достаточные условия.

*Основная теорема арифметики. Остатки и сравнения. Алгоритм Евклида. Китайская теорема об остатках. Малая теорема Ферма. q-ичные системы счисления. Функция Эйлера, число и сумма делителей натурального числа.*

Радианная мера угла, тригонометрическая окружность. Тригонометрические функции чисел и углов. Формулы приведения, сложения тригонометрических функций, формулы двойного и половинного аргумента. Преобразование суммы, разности в произведение тригонометрических функций, и наоборот.

Нули функции, промежутки знакопостоянства, монотонность. Наибольшее и наименьшее значение функции. Периодические функции и наименьший период. Четные и нечетные функции. *Функции «дробная часть числа»  $y = \{x\}$  и «целая часть числа»  $y = [x]$ .*

Тригонометрические функции числового аргумента  $y = \cos x$ ,  $y = \sin x$ ,  $y = \operatorname{tg} x$ ,  $y = \operatorname{ctg} x$ . Свойства и графики тригонометрических функций. Обратные тригонометрические функции, их главные значения, свойства и графики. Тригонометрические уравнения. Однородные тригонометрические уравнения. Решение простейших тригонометрических неравенств. Простейшие системы тригонометрических уравнений.

Степень с действительным показателем, свойства степени. Простейшие показательные уравнения и неравенства. Показательная функция и ее свойства и график. Число  $e$  и функция  $y = e^x$ .

Логарифм, свойства логарифма. Десятичный и натуральный логарифм. Преобразование логарифмических выражений. Логарифмические уравнения и неравенства. Логарифмическая функция и ее свойства и график.

Степенная функция и ее свойства и график. Иррациональные уравнения.

Первичные представления о множестве комплексных чисел. *Действия с комплексными числами. Комплексно сопряженные числа. Модуль и аргумент числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Решение уравнений в комплексных числах.*

Метод интервалов для решения неравенств. Преобразования графиков функций: сдвиг, умножение на число, отражение относительно координатных осей. Графические методы решения уравнений и неравенств. Решение уравнений и неравенств, содержащих переменную под знаком модуля.

Системы показательных, логарифмических и иррациональных уравнений. Системы показательных, логарифмических и иррациональных неравенств. Взаимно обратные функции. Графики взаимно обратных функций.

Уравнения, системы уравнений с параметром.

*Формула Бинома Ньютона. Решение уравнений степени выше 2 специальных видов. Теорема Виета, теорема Безу. Приводимые и неприводимые многочлены. Основная теорема алгебры. Симметрические многочлены. Целочисленные и целозначные многочлены.*

*Диофантовы уравнения. Цепные дроби. Теорема Ферма о сумме квадратов.*

*Суммы и ряды, методы суммирования и признаки сходимости.*

*Теоремы о приближении действительных чисел рациональными.*

*Множества на координатной плоскости.*

*Неравенство Коши–Буняковского, неравенство Йенсена, неравенства о средних.*

Понятие предела функции в точке. *Понятие предела функции в бесконечности. Асимптоты графика функции. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших.* Непрерывность функции. *Свойства непрерывных функций. Теорема Вейерштрасса.*

Дифференцируемость функции. Производная функции в точке. Касательная к графику функции. Геометрический и физический смысл производной. *Применение производной в физике.* Производные элементарных функций. Правила дифференцирования.

Вторая производная, ее геометрический и физический смысл.

Точки экстремума (максимума и минимума). Исследование элементарных функций на точки экстремума, наибольшее и наименьшее значение с помощью производной. *Построение графиков функций с помощью производных. Применение производной при решении задач. Нахождение экстремумов функций нескольких переменных.*

Первообразная. Неопределенный интеграл. Первообразные элементарных функций. Площадь криволинейной трапеции. Формула Ньютона-Лейбница. Определенный интеграл. *Вычисление площадей плоских фигур и объемов тел вращения с помощью интеграла.*

*Методы решения функциональных уравнений и неравенств.*

## **Геометрия**

Повторение. Решение задач с использованием свойств фигур на плоскости. Решение задач на доказательство и построение контрпримеров. Применение простейших логических правил. Решение задач с использованием теорем о треугольниках, соотношений в прямоугольных треугольниках, фактов, связанных с четырехугольниками. Решение задач с использованием фактов, связанных с окружностями. Решение задач на измерения на плоскости, вычисления длин и площадей. *Решение задач с помощью векторов и координат.*

Наглядная стереометрия. Призма, параллелепипед, пирамида, тетраэдр.

Основные понятия геометрии в пространстве. Аксиомы стереометрии и следствия из них. *Понятие об аксиоматическом методе.*

*Теорема Менелая для тетраэдра.* Построение сечений многогранников методом следов. Центральное проектирование. Построение сечений многогранников методом проекций.

Скрещивающиеся прямые в пространстве. Угол между ними. *Методы нахождения расстояний между скрещивающимися прямыми.*

Теоремы о параллельности прямых и плоскостей в пространстве. Параллельное проектирование и изображение фигур. *Геометрические места точек в пространстве.*

Перпендикулярность прямой и плоскости. Ортогональное проектирование. Наклонные и проекции. Теорема о трех перпендикулярах.

*Виды тетраэдров. Ортоцентрический тетраэдр, каркасный тетраэдр, равногранный тетраэдр. Прямоугольный тетраэдр. Медианы и бимедианы тетраэдра.*

*Достраивание тетраэдра до параллелепипеда.*

Расстояния между фигурами в пространстве. Общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых.

Углы в пространстве. Перпендикулярные плоскости. *Площадь ортогональной проекции. Перпендикулярное сечение призмы. Трехгранный и многогранный угол. Свойства плоских углов многогранного угла. Свойства плоских и двугранных углов трехгранного угла. Теоремы косинусов и синусов для трехгранного угла.*

Виды многогранников. *Развертки многогранника. Кратчайшие пути на поверхности многогранника.*

*Теорема Эйлера.* Правильные многогранники. *Двойственность правильных многогранников.* Призма. Параллелепипед. Свойства параллелепипеда. Прямоугольный параллелепипед. Наклонные призмы.

Пирамида. Виды пирамид. Элементы правильной пирамиды. Пирамиды с равнонаклоненными ребрами и гранями, их основные свойства.

Площади поверхностей многогранников.

Тела вращения: цилиндр, конус, шар и сфера. Сечения цилиндра, конуса и шара. Шаровой сегмент, шаровой слой, шаровой сектор (конус).

Усеченная пирамида и усеченный конус.

*Элементы сферической геометрии. Конические сечения.*

Касательные прямые и плоскости. Вписанные и описанные сферы. *Касающиеся сферы. Комбинации тел вращения.*

Векторы и координаты. Сумма векторов, умножение вектора на число. Угол между векторами. Скалярное произведение. Уравнение плоскости. Формула расстояния между точками. Уравнение сферы. *Формула расстояния от точки до плоскости. Способы задания прямой уравнениями.*

*Решение задач и доказательство теорем с помощью векторов и методом координат. Элементы геометрии масс.*

Понятие объема. Объемы многогранников. Объемы тел вращения. *Аксиомы объема. Вывод формул объемов прямоугольного параллелепипеда, призмы и пирамиды. Формулы для нахождения объема тетраэдра. Теоремы об отношениях объемов.*

*Приложения интеграла к вычислению объемов и поверхностей тел вращения. Площадь сферического пояса. Объем шарового слоя. Применение объемов при решении задач.*

Площадь сферы.

*Развертка цилиндра и конуса.* Площадь поверхности цилиндра и конуса.

Комбинации многогранников и тел вращения.

Подобие в пространстве. Отношение объемов и площадей поверхностей подобных фигур.

*Движения в пространстве: параллельный перенос, симметрия относительно плоскости, центральная симметрия, поворот относительно прямой. Преобразование подобия, гомотетия. Решение задач на плоскости с использованием стереометрических методов.*

**Вероятность и статистика, логика, теория графов и комбинаторика**

Повторение. Использование таблиц и диаграмм для представления данных. Решение задач на применение описательных характеристик числовых наборов: средних, наибольшего и наименьшего значения, размаха, дисперсии и стандартного отклонения. Вычисление частот и вероятностей событий. Вычисление вероятностей в опытах с

равновозможными элементарными исходами. Использование комбинаторики. Вычисление вероятностей независимых событий. Использование формулы сложения вероятностей, диаграмм Эйлера, дерева вероятностей, формулы Бернулли.

*Вероятностное пространство. Аксиомы теории вероятностей.*

Условная вероятность. Правило умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Дискретные случайные величины и распределения. Совместные распределения. Распределение суммы и произведения независимых случайных величин. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Математическое ожидание и дисперсия суммы случайных величин.

Бинарная случайная величина, распределение Бернулли. Геометрическое распределение. Биномиальное распределение и его свойства. *Гипергеометрическое распределение и его свойства.*

Непрерывные случайные величины. Плотность вероятности. Функция распределения. Равномерное распределение.

*Показательное распределение, его параметры*

. *Распределение Пуассона и его применение.* Нормальное распределение. Функция Лапласа. Параметры нормального распределения. Примеры случайных величин, подчиненных нормальному закону (погрешность измерений, рост человека).

*Центральная предельная теорема.*

Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева и теорема Бернулли. Закон больших чисел. Выборочный метод измерения вероятностей. Роль закона больших чисел в науке, природе и обществе. Ковариация двух случайных величин. Понятие о коэффициенте корреляции. Совместные наблюдения двух случайных величин. *Выборочный коэффициент корреляции.*

*Линейная регрессия*

*Статистическая гипотеза. Статистика критерия и ее уровень значимости. Проверка простейших гипотез. Эмпирические распределения и их связь с теоретическими распределениями. Ранговая корреляция. Построение соответствий. Инъективные и сюръективные соответствия. Биекции. Дискретная непрерывность. Принцип Дирихле. Кодирование. Двоичная запись. Основные понятия теории графов. Деревья. Двоичное дерево. Связность. Компоненты связности. Пути на графе. Эйлеровы и Гамильтоновы пути.*

## СОДЕРЖАНИЕ (Базовый уровень)

### Алгебра и начала анализа

Повторение. Решение задач с использованием свойств чисел и систем счисления, делимости, долей и частей, процентов, модулей чисел. Решение задач с использованием свойств степеней и корней, многочленов, преобразований многочленов и дробно-рациональных выражений.

Решение задач с использованием градусной меры угла. Модуль числа и его свойства.

Решение задач на движение и совместную работу с помощью линейных и квадратных уравнений и их систем. Решение задач с помощью числовых неравенств и систем неравенств с одной переменной, с применением изображения числовых промежутков.

Решение задач с использованием числовых функций и их графиков. Использование свойств и графиков линейных и квадратичных функций, обратной пропорциональности и функции  $y = \sqrt{x}$ . Графическое решение уравнений и неравенств.

Тригонометрическая окружность, *радианная мера угла*. Синус, косинус, тангенс, *котангенс* произвольного угла. Основное тригонометрическое тождество и следствия из него. Значения тригонометрических функций для углов  $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ .  $(0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}$  рад). *Формулы сложения тригонометрических функций, формулы приведения, формулы двойного аргумента.*

Нули функции, промежутки знакопостоянства, монотонность. Наибольшее и наименьшее значение функции. Периодические функции. Четность и нечетность функций. *Сложные функции.*

Тригонометрические функции  $y = \cos x, y = \sin x, y = \operatorname{tg} x$ . *Функция  $y = \operatorname{ctg} x$* . Свойства и графики тригонометрических функций.

Арккосинус, арксинус, арктангенс числа. *Арккотангенс числа*. Простейшие тригонометрические уравнения. Решение тригонометрических уравнений.

*Обратные тригонометрические функции, их свойства и графики. Решение простейших тригонометрических неравенств.*

Степень с действительным показателем, свойства степени. Простейшие показательные уравнения и неравенства. Показательная функция и ее свойства и график.

Логарифм числа, свойства логарифма. Десятичный логарифм. *Число  $e$ . Натуральный логарифм*. Преобразование логарифмических выражений. Логарифмические уравнения и неравенства. Логарифмическая функция и ее свойства и график.

Степенная функция и ее свойства и график. Иррациональные уравнения.

*Метод интервалов для решения неравенств.*

*Преобразования графиков функций: сдвиг вдоль координатных осей, растяжение и сжатие, отражение относительно координатных осей. Графические методы решения уравнений и неравенств. Решение уравнений и неравенств, содержащих переменную под знаком модуля.*

*Системы показательных, логарифмических и иррациональных уравнений. Системы показательных, логарифмических неравенств.*

*Взаимно обратные функции. Графики взаимно обратных функций.*

*Уравнения, системы уравнений с параметром.*

*Производная функции в точке. Касательная к графику функции. Геометрический и физический смысл производной. Производные элементарных функций. Правила дифференцирования.*

*Вторая производная, ее геометрический и физический смысл.*

*Понятие о непрерывных функциях. Точки экстремума (максимума и минимума). Исследование элементарных функций на точки экстремума, наибольшее и наименьшее значение с помощью производной. Построение графиков функций с помощью производных. Применение производной при решении задач.*

*Первообразная. Первообразные элементарных функций. Площадь криволинейной трапеции. Формула Ньютона-Лейбница. Определенный интеграл. Вычисление площадей плоских фигур и объемов тел вращения с помощью интеграла.*

## **Геометрия**

*Повторение. Решение задач с применением свойств фигур на плоскости. Задачи на доказательство и построение контрпримеров. Использование в задачах простейших логических правил. Решение задач с использованием теорем о треугольниках, соотношений в прямоугольных треугольниках, фактов, связанных с четырехугольниками. Решение задач с использованием фактов, связанных с окружностями. Решение задач на измерения на плоскости, вычисление длин и площадей. Решение задач с помощью векторов и координат.*

*Наглядная стереометрия. Фигуры и их изображения (куб, пирамида, призма). Основные понятия стереометрии и их свойства. Сечения куба и тетраэдра.*

*Точка, прямая и плоскость в пространстве, аксиомы стереометрии и следствия из них. Расстояния между фигурами в пространстве.*

*Углы в пространстве. Перпендикулярность прямых и плоскостей.*

*Проекция фигуры на плоскость. Признаки перпендикулярности прямых и плоскостей в пространстве. Теорема о трех перпендикулярах.*

*Многогранники. Параллелепипед. Свойства прямоугольного параллелепипеда. Теорема Пифагора в пространстве. Призма и пирамида. Правильная пирамида и правильная призма. Прямая призма. Элементы призмы и пирамиды.*

Тела вращения: цилиндр, конус, сфера и шар. Основные свойства прямого кругового цилиндра, прямого кругового конуса. Изображение тел вращения на плоскости.

*Представление об усеченном конусе, сечения конуса (параллельное основанию и проходящее через вершину), сечения цилиндра (параллельно и перпендикулярно оси), сечения шара. Развертка цилиндра и конуса.*

*Простейшие комбинации многогранников и тел вращения между собой. Вычисление элементов пространственных фигур (ребра, диагонали, углы).*

Площадь поверхности правильной пирамиды и прямой призмы. Площадь поверхности прямого кругового цилиндра, прямого кругового конуса и шара.

Понятие об объеме. Объем пирамиды и конуса, призмы и цилиндра. Объем шара.

*Подобные тела в пространстве. Соотношения между площадями поверхностей и объемами подобных тел.*

*Движения в пространстве: параллельный перенос, центральная симметрия, симметрия относительно плоскости, поворот. Свойства движений. Применение движений при решении задач.*

Векторы и координаты в пространстве. Сумма векторов, умножение вектора на число, угол между векторами. Коллинеарные и компланарные векторы. *Скалярное произведение векторов. Теорема о разложении вектора по трем некопланарным векторам. Скалярное произведение векторов в координатах. Применение векторов при решении задач на нахождение расстояний, длин, площадей и объемов.*

*Уравнение плоскости в пространстве. Уравнение сферы в пространстве. Формула для вычисления расстояния между точками в пространстве.*

### **Вероятность и статистика. Работа с данными**

Повторение. Решение задач на табличное и графическое представление данных. Использование свойств и характеристик числовых наборов: средних, наибольшего и наименьшего значения, размаха, дисперсии. *Решение задач на определение частоты и вероятности событий. Вычисление вероятностей в опытах с равновозможными элементарными исходами. Решение задач с применением комбинаторики. Решение задач на вычисление вероятностей независимых событий, применение формулы сложения вероятностей. Решение задач с применением диаграмм Эйлера, дерева вероятностей, формулы Бернулли.*

*Условная вероятность. Правило умножения вероятностей. Формула полной вероятности.*

*Дискретные случайные величины и распределения. Независимые случайные величины. Распределение суммы и произведения независимых случайных величин.*

*Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Математическое ожидание и дисперсия суммы случайных величин. Геометрическое распределение. Биномиальное распределение и его свойства.*

*Непрерывные случайные величины. Понятие о плотности вероятности. Равномерное распределение.*

*Показательное распределение, его параметры.*

*Понятие о нормальном распределении. Параметры нормального распределения. Примеры случайных величин, подчиненных нормальному закону (погрешность измерений, рост человека).*

*Неравенство Чебышева. Теорема Бернулли. Закон больших чисел. Выборочный метод измерения вероятностей. Роль закона больших чисел в науке, природе и обществе.*

*Ковариация двух случайных величин. Понятие о коэффициенте корреляции. Совместные наблюдения двух случайных величин. Выборочный коэффициент корреляции.*

### 3. ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН 10 КЛАСС

На изучение математики на профильном уровне освоения согласно учебному плану МБОУ СШ № 37 г. Липецка отводится 7 часов в неделю в 10 классе.

Итого - 245 часов за год.

Промежуточная аттестация проводится в конце учебного года в виде административной контрольной работы.

№	Тема	Кол-во часов	Контрольные работы (тематические)
1.	Повторение	18	1
2.	Множества	20	1
3.	Числовые функции	20	1
4.	Аксиомы стереометрии	10	1
5.	Тригонометрические функции	21	1
6.	Параллельность прямых и плоскостей	17	1
7.	Тригонометрические уравнения	24	1
8.	Перпендикулярность прямой и плоскости.	18	1
9.	Преобразование тригонометрических выражений	24	1
10.	Многогранники	25	1
11.	Комплексные числа	5	
12.	Производная	28	1
13.	Вероятность и статистика, логика, теория графов и комбинаторики	8	
14.	Повторение	7	1
	<b>Итого</b>	<b>245</b>	<b>12</b>

Календарно- тематическое планирование по математике  
(профильный уровень), 10 класс

№ п/п	Тема урока	Дата проведения	
		План	Факт
1.	Использование операций над множествами и высказываниями.		
2.	Решение задач с использованием свойств чисел и систем счисления, делимости, долей и частей, процентов, модулей чисел.		
3.	Решение задач с использованием свойств степеней и корней, многочленов, преобразований многочленов и дробно-рациональных выражений		
4.	Решение задач на движение и совместную работу, смеси и сплавы с помощью линейных, квадратных и дробно-рациональных уравнений и их систем.		
5.	Решение задач с помощью числовых неравенств и систем неравенств с одной переменной, с применением изображения числовых промежутков.		
6.	Решение задач с помощью числовых неравенств и систем неравенств с одной переменной.		
7.	Решение задач с помощью числовых неравенств и систем неравенств с одной переменной, с применением изображения числовых промежутков.		
8.	Графическое решение уравнений и неравенств .		
9.	Использование неравенств и систем неравенств с одной переменной. числовых промежутков. их объединений и пересечений.		
10.	Применение при решении задач свойств арифметической и геометрической прогрессии. Суммирования бесконечной сходящейся геометрической прогрессии.		
11.	Решение задач с использованием свойств фигур на плоскости.		

12.	Решение задач на доказательство и построение контр примеров. Применение простейших логических правил.		
13.	Решение задач с использованием теорем о треугольниках, соотношений в прямоугольных треугольниках.		
14.	Решение задач с использованием теорем, фактов, связанных с четырехугольниками.		
15.	Решение задач с использованием фактов, связанных с окружностями.		
16.	Решение задач на измерения на плоскости, вычисления длин и площадей.		
17.	Решение задач с помощью векторов и координат.		
18.	<b>Стартовая диагностическая работа</b>		
19.	Множества (числовые, геометрических фигур).		
20.	Натуральные и целые числа. Делимость натуральных чисел.		
21.	Натуральные и целые числа. Признаки делимости. НОД и НОК.		
22.	Основная теорема арифметики. Остатки и сравнения. Алгоритм Евклида.		
23.	Китайская теорема об остатках. Малая теорема Ферма. $q$ -ичные системы счисления. Функция Эйлера, число и сумма делителей натурального числа.		
24.	Неравенство КошиБуняковского, неравенство Йенсена, нерав-ва о средних.		
25.	Рациональные числа. Обращение обыкновенной дроби в десятичную бесконечную периодическую дробь.		
26.	Рациональные числа. Обращение десятичной бесконечной периодической дроби в обыкновенную дробь.		

27.	Характеристическое свойство, элемент множества, пустое, конечное, бесконечное множество. Способы задания множеств. Конечные и бесконечные, счетные и несчетные множества.		
28.	Подмножество. Отношения принадлежности, включения, равенства. Операции над множествами. Круги Эйлера.		
29.	Истинные и ложные высказывания, операции над высказываниями. Алгебра высказываний. Связь высказываний с множествами. Кванторы существования и всеобщности.		
30.	Законы логики. Основные логические правила. Решение логических задач с использованием кругов Эйлера, основных логических правил.		
31.	Множества на координатной плоскости.		
32.	Теоремы о приближении действительных чисел рациональными.		
33.	Умозаключения. Обоснования и доказательство в математике. Теоремы. Виды математических утверждений. Виды доказательств.		
34.	Математическая индукция.		
35.	Утверждения: обратное данному, противоположное, обратное противоположному данному.		
36.	Признак и свойство, необходимые и достаточные условия.		
37.	<b>Контрольная работа по теме «Множества».</b>		
38.	Множества.		
39.	Нули функции, промежутки знакопостоянства, монотонность.		
40.	Нули функции, промежутки знакопостоянства, монотонность.		
41.	Наибольшее и наименьшее значение функции.		
42.	Четные и нечетные функции.		
43.	Функции «дробная часть числа» $y$ $x$ и «целая часть числа» $y$ $x$ .		

44.	Периодические функции и наименьший период.		
45.	Взаимно обратные функции. Графики взаимно обратных функций.		
46.	Сложные функции.		
47.	Решение задач с использованием числовых функций и их графиков.		
48.	Решение задач с использованием числовых функций и их графиков.		
49.	Использование свойств и графиков линейной функции.		
50.	Использование свойств и графиков квадратичной функции.		
51.	Использование свойств и графиков обратной пропорциональности		
52.	Графическое решение уравнений и неравенств.		
53.	Решение уравнений и неравенств с параметром.		
54.	Решение уравнений и неравенств с параметром.		
55.	Решение уравнений и неравенств с параметром.		
56.	<b>Контрольная работа по теме «Числовые функции».</b>		
57.	Числовые функции.		
58.	Наглядная стереометрия. Призма, параллелепипед, пирамида, тетраэдр.		
59.	Основные понятия геометрии в пространстве.		
60.	Аксиомы стереометрии и следствия из них.		
61.	Аксиомы стереометрии.		
62.	Понятие об аксиоматическом методе.		
63.	Решение задач на применение аксиом стереометрии.		
64.	Решение задач на применение аксиом стереометрии.		
65.	Самостоятельная работа. Решение задач на применение аксиом стереометрии.		
66.	<b>Контрольная работа по теме «Аксиомы стереометрии».</b>		
67.	Аксиомы стереометрии		
68.	Числовая окружность.		

69.	Числовая окружность на координатной плоскости.		
70.	Синус и косинус. Тангенс и котангенс.		
71.	Радианная мера угла, тригонометрическая окружность.		
72.	Радианная мера угла, тригонометрическая окружность.		
73.	Радианная мера угла, тригонометрическая окружность.		
74.	Тригонометрические функции чисел и углов.		
75.	Тригонометрические функции числового аргумента		
76.	Тригонометрические функции числового аргумента		
77.	Тригонометрические функции числового аргумента $y = \cos x$ , $y = \sin x$ . Свойства и графики тригонометрических функций.		
78.	Тригонометрические функции числового аргумента $y = \cos x$ , $y = \sin x$ . Свойства и графики тригонометрических функций.		
79.	Преобразования графиков функций: сдвиг, умножение на число, отражение относительно координатных осей.		
80.	Преобразования графиков функций: сдвиг, умножение на число, отражение относительно координатных осей.		
81.	Преобразования графиков функций: сдвиг, умножение на число, отражение относительно координатных осей.		
82.	Тригонометрические функции числового аргумента $y = \operatorname{tg} x$ , $y = \operatorname{ctg} x$ . Свойства и графики тригонометрических функций.		
83.	Тригонометрические функции числового аргумента $y = \operatorname{tg} x$ , $y = \operatorname{ctg} x$ . Свойства и графики тригонометрических функций.		
84.	Обратные тригонометрических функции, их главные значения, свойства и графики.		
85.	Обратные тригонометрические функции, их главные значения, свойства и графики.		
86.	Тригонометрические функции.		
87.	<b>Контрольная работа по теме «Тригонометрические функции»</b>		

88.	Тригонометрические функции		
89.	Теоремы о параллельности прямых и плоскостей в пространстве.		
90.	Теоремы о параллельности прямых и плоскостей в пространстве.		
91.	Параллельное проектирование и изображение фигур.		
92.	Параллельное проектирование и изображение фигур.		
93.	Геометрические места точек в пространстве.		
94.	Скрещивающиеся прямые в пространстве.		
95.	Скрещивающиеся прямые в пространстве. Угол между ними.		
96.	Решение задач по теме скрещивающиеся прямые.		
97.	Расстояния между фигурами в пространстве. Общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых.		
98.	Методы нахождения расстояний между скрещивающимися прямыми.		
99.	Методы нахождения расстояний между скрещивающимися прямыми.		
100.	Решение задач по теме скрещивающиеся прямые.		
101.	Параллельность прямых и плоскостей.		
102.	Параллельность прямых и плоскостей.		
103.	Решение задач по теме параллельность прямых и плоскостей. Самостоятельная работа.		
104.	<b>Контрольная работа по теме «Параллельность прямых и плоскостей»</b>		
105.	Параллельность прямых и плоскостей.		
106.	Тригонометрические уравнения.		
107.	Тригонометрические уравнения.		
108.	Тригонометрические уравнения.		
109.	Тригонометрические уравнения.		
110.	Тригонометрические уравнения.		

111.	Тригонометрические уравнения.		
112.	Однородные тригонометрические уравнения.		
113.	Однородные тригонометрические уравнения.		
114.	Однородные тригонометрические уравнения.		
115.	Однородные тригонометрические уравнения.		
116.	Однородные тригонометрические уравнения.		
117.	Решение простейших тригонометрических неравенств.		
118.	Решение простейших тригонометрических неравенств.		
119.	Решение простейших тригонометрических неравенств.		
120.	Простейшие системы тригонометрических уравнений.		
121.	Простейшие системы тригонометрических уравнений.		
122.	Тригонометрические уравнения.		
123.	Тригонометрические уравнения.		
124.	Тригонометрические уравнения.		
125.	Тригонометрические уравнения.		
126.	Тригонометрические уравнения.		
127.	Тригонометрические уравнения.		
128.	<b>Контрольная работа по теме «Тригонометрические уравнения».</b>		
129.	Тригонометрические уравнения.		
130.	Перпендикулярность прямой и плоскости.		
131.	Перпендикулярность прямой и плоскости.		
132.	Ортогональное проектирование.		
133.	Наклонные и проекции.		
134.	Теорема о трех перпендикулярах.		
135.	Теорема о трех перпендикулярах.		

136.	Решение задач на применение теоремы о трех перпендикулярах.		
137.	Решение задач на применение теоремы о трех перпендикулярах.		
138.	Углы в пространстве. Перпендикулярные плоскости.		
139.	Площадь ортогональной проекции.		
140.	Трехгранный и многогранный угол. Свойства плоских углов многогранного угла.		
141.	Свойства плоских и двугранных углов трехгранного угла.		
142.	Теоремы косинусов и синусов для трехгранного угла.		
143.	Перпендикулярность прямой и плоскости.		
144.	Перпендикулярность прямой и плоскости		
145.	Перпендикулярность прямой и плоскости. .		
146.	<b>Контрольная работа по теме «Перпендикулярность прямой и плоскости».</b>		
147.	Перпендикулярность прямой и плоскости.		
148.	Формулы сложения тригонометрических функций.		
149.	Формулы сложения тригонометрических функций.		
150.	Формулы сложения тригонометрических функций.		
151.	Формулы двойного и половинного аргумента.		
152.	Формулы двойного и половинного аргумента.		
153.	Формулы двойного и половинного аргумента.		
154.	Формулы приведения.		
155.	Формулы приведения.		
156.	Преобразование суммы, разности в произведение тригонометрических функций, и наоборот.		

157.	Преобразование суммы, разности в произведение тригонометрических функций, и наоборот.		
158.	Преобразование суммы, разности в произведение тригонометрических функций, и наоборот.		
159.	Множества.		
160.	Числовые функции.		
161.	Преобразование суммы, разности в произведение тригонометрических функций, и наоборот.		
162.	Преобразование тригонометрических выражений.		
163.	Преобразование тригонометрических выражений.		
164.	Преобразование тригонометрических выражений.		
165.	Преобразование тригонометрических выражений.		
166.	Преобразование тригонометрических выражений.		
167.	Преобразование тригонометрических выражений.		
168.	Тригонометрические уравнения.		
169.	Тригонометрические уравнения.		
170.	<b>Контрольная работа по теме «Преобразование тригонометрических выражений».</b>		
171.	Преобразование тригонометрических выражений.		
172.	Виды многогранников. Развертки многогранника. Кратчайшие пути на поверхности многогранника. Теорема Эйлера.		
173.	Виды тетраэдров. Ортоцентрический тетраэдр, каркасный тетраэдр, равногранный тетраэдр. Прямоугольный тетраэдр. Медианы и бимедианы тетраэдра.		
174.	Теорема Менелая для тетраэдра		
175.	Параллелепипед. Свойства параллелепипеда. Прямоугольный параллелепипед.		

176.	Параллелепипед. Свойства параллелепипеда. Прямоугольный параллелепипед.		
177.	Параллелепипед.		
178.	Параллелепипед.		
179.	Достраивание тетраэдра до параллелепипеда.		
180.	Построение сечений многогранников методом следов. Центральное проектирование.		
181.	Построение сечений многогранников методом проекций.		
182.	Построение сечений многогранников методом проекций.		
183.	Сечения многогранников.		
184.	Призма. Наклонные призмы. Перпендикулярное сечение призмы.		
185.	Пирамида. Виды пирамид. Элементы правильной пирамиды. Пирамиды с равно наклонёнными ребрами и гранями, их основные свойства		
186.	Площади поверхностей многогранников.		
187.	Площади поверхностей многогранников.		
188.	Правильные многогранники. Двойственность правильных многогранников.		
189.	Преобразование тригонометрических выражений.		
190.	Многогранники.		
191.	Многогранники.		
192.	Многогранники.		
193.	<b>Контрольная работа по теме «Многогранники»</b>		
194.	Многогранники.		
195.	Многогранники.		
196.	Многогранники.		
197.	Первичные представления о множестве комплексных чисел. Действия с комплексными числами.		
198.	Действия с комплексными числами. Комплексно сопряженные числа.		

199.	Модуль и аргумент числа.		
200.	Тригонометрическая форма комплексного числа.		
201.	Решение уравнений в комплексных числах.		
202.	Понятие предела функции в точке.		
203.	Понятие предела функции в точке.		
204.	Понятие предела функции в бесконечности.		
205.	Понятие предела функции в бесконечности.		
206.	Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших. Непрерывность функции.		
207.	Производная.		
208.	Производная.		
209.	Свойства непрерывных функций. Теорема Вейерштрасса.		
210.	Дифференцируемость функции. Производная функции в точке.		
211.	Геометрический и физический смысл производной. Применение производной в физике.		
212.	Геометрический и физический смысл производной. Вторая производная, ее геометрический и физический смысл.		
213.	Производные элементарных функций. Правила дифференцирования.		
214.	Производные элементарных функций. Правила дифференцирования.		
215.	Производные элементарных функций. Правила дифференцирования.		
216.	Применение производной при решении задач.		
217.	Применение производной при решении задач.		
218.	Применение производной при решении задач.		
219.	Касательная к графику функции.		
220.	Точки экстремума (максимума и минимума).		

221.	Исследование элементарных функций на точки экстремума, наибольшее и наименьшее значение с помощью производной.		
222.	Асимптоты графика функции. Построение графиков функций с помощью производных.		
223.	Построение графиков функций с помощью производных.		
224.	Применение производной при решении задач.		
225.	Применение производной при решении задач.		
226.	Применение производной при решении задач. Нахождение экстремумов функций нескольких переменных.		
227.	Применение производной при решении задач. Нахождение экстремумов функций нескольких переменных.		
228.	<b>Контрольная работа по теме «Производная».</b>		
229.	Производная. 20		
230.	Использование таблиц и диаграмм для представления данных.		
231.	Вычисление вероятностей в опытах с равновероятными элементарными исходами.		
232.	Использование комбинаторики. Формула бинома Ньютона.		
233.	Вероятностное пространство. Аксиомы теории вероятностей.		
234.	Вычисление вероятностей независимых событий.		
235.	Использование формулы сложения вероятностей, диаграмм Эйлера, дерева вероятностей, формулы Бернулли.		
236.	Условная вероятность. Правило умножения вероятностей.		
237.	Формула полной вероятности. Формула Байеса.		
238.	<b>Итоговая административная контрольная работа</b>		
239.	Тригонометрические уравнения		
240.	Тригонометрические уравнения.		
241.	Тригонометрические уравнения.		
242.	Применение производной.		

243.	Применение производной.		
244.	Многогранники.		
245.	Многогранники.		

## ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН 11 КЛАСС МАТЕМАТИКА (ПРОФИЛЬ)

На изучение математики на профильном уровне освоения согласно учебному плану МБОУ СШ № 37 г. Липецка отводится 7 часов в неделю в 11 классе. **Итого - 238 часов** за год.

№	Тема	Кол-во ч.	К/р (тематич.)
1.	Повторение	22	1
2.	Многочлены	11	
3.	Степенные функции	14	1
4.	Векторы и координаты в пространстве	25	1
5.	Показательные и логарифмические функции	27	1
6.	Первообразная и интеграл	25	1
7.	Тела вращения	19	1
8.	Вероятность и статистика, логика, теория графов и комбинаторика	18	1
9.	Объемы тел	20	1
10.	Уравнения и неравенства	17	1
11.	Повторение	40	
	<b>Итого</b>	<b>238</b>	<b>9</b>

### Календарно-тематическое планирование ПО МАТЕМАТИКЕ 11 КЛАСС

№ урока	Тема	Дата (план)	Дата (факт)
<b>Повторение - 22 часа</b>			
а.	Использование операций над множествами и высказываниями.		
2.	Решение задач с использованием свойств чисел и систем счисления, делимости, долей и частей, процентов, модулей чисел.		
3.	Решение задач с использованием свойств степеней и корней, многочленов, преобразований многочленов и дробно-рациональных выражений.		

4.	Решение задач на движение и совместную работу, смеси и сплавы с помощью линейных, квадратных и дробно-рациональных уравнений и их систем.		
5.	Решение задач на движение и совместную работу, смеси и сплавы с помощью линейных, квадратных и дробно-рациональных уравнений и их систем.		
6.	Решение задач с помощью числовых неравенств и систем неравенств с одной переменной, с применением изображения числовых промежутков.		
7.	Решение задач с помощью числовых неравенств и систем неравенств с одной переменной, с применением изображения числовых промежутков.		
8.	Графическое решение уравнений и неравенств.		
9.	Использование неравенств и систем неравенств с одной переменной, числовых промежутков, их объединений и пересечений.		
10.	Применение при решении задач свойств арифметической и геометрической прогрессии, суммирования бесконечной сходящейся геометрической прогрессии.		
11.	Тригонометрические функции.		
12.	Тригонометрические уравнения.		
13.	Тригонометрические уравнения.		
14.	Тригонометрические неравенства.		
15.	Преобразование тригонометрических выражений.		
16.	Многогранники.		
17.	Площади поверхностей многогранников.		
18.	Производная.		
19.	Применение производной к решению задач.		
20.	Применение производной к решению задач.		
21.	<i>Решение задач с помощью векторов и координат.</i>		
22.	<b>Тренировочная работа № 1</b>		
<b>Многочлены – 11 часов</b>			
23.	<i>Приводимые и неприводимые многочлены.</i>		
24.	<i>Целочисленные и целозначные многочлены.</i>		
25.	<i>Симметрические многочлены.</i>		
26.	<i>Решение уравнений степени выше 2 специальных видов.</i>		
27.	<i>Теорема Виета, теорема Безу.</i>		

28.	<i>Основная теорема алгебры.</i>		
29.	<i>Диофантовы уравнения.</i>		
30.	<i>Цепные дроби.</i>		
31.	<i>Теорема Ферма о сумме квадратов.</i>		
32.	<i>Суммы и ряды, методы суммирования и признаки сходимости.</i>		
33.	<i>Суммы и ряды, методы суммирования и признаки сходимости.</i>		
<b>Степенные функции – 14 часов</b>			
34.	Степень с действительным показателем.		
35.	Свойства степени.		
36.	Степенная функция и ее свойства и график.		
37.	Степенная функция и ее свойства и график.		
38.	Степенная функция и ее свойства и график.		
39.	Иррациональные выражения.		
40.	Иррациональные выражения.		
41.	Действия с комплексными числами.		
42.	Действия с комплексными числами.		
43.	Действия с комплексными числами.		
44.	Преобразования графиков функций: сдвиг, умножение на число, отражение относительно координатных осей.		
45.	Преобразования графиков функций: сдвиг, умножение на число, отражение относительно координатных осей.		
46.	<b>Контрольная работа по теме «Степенные функции».</b>		
47.	Степенные функции.		
<b>Векторы и координаты – 25 часов</b>			
48.	Векторы и координаты.		
49.	Сумма векторов.		
50.	Сумма векторов.		
51.	Умножение вектора на число.		
52.	Угол между векторами.		
53.	Коллинеарные и компланарные векторы.		
54.	<i>Скалярное произведение векторов.</i>		

55.	<i>Скалярное произведение векторов в координатах.</i>		
56.	<i>Формула расстояния между точками</i>		
57.	<i>Решение задач и доказательство теорем с помощью векторов и методом координат.</i>		
58.	<i>Решение задач и доказательство теорем с помощью векторов и методом координат.</i>		
59.	<i>Решение задач и доказательство теорем с помощью векторов и методом координат.</i>		
60.	<i>Уравнение плоскости в пространстве.</i>		
61.	<i>Уравнение сферы.</i>		
62.	<i>Формула расстояния от точки до плоскости</i>		
63.	<i>Способы задания прямой уравнениями.</i>		
64.	<i>Решение задач и доказательство теорем с помощью векторов и методом координат.</i>		
65.	<i>Решение задач. Векторный способ.</i>		
66.	<i>Решение задач. Векторный способ.</i>		
67.	<i>Решение задач. Векторный способ.</i>		
68.	<i>Решение задач. Векторный способ.</i>		
69.	<i>Решение задач. Векторный способ.</i>		
70.	<i>Решение задач. Векторный способ.</i>		
71.	<b>Контрольная работа по теме «Векторы и координаты».</b>		
72.	<i>Элементы геометрии масс.</i>		
<b>Показательная и логарифмическая функции – 27 час</b>			
73.	<i>Показательная функция и ее свойства и график.</i>		
74.	<i>Показательная функция и ее свойства и график.</i>		
75.	<i>Простейшие показательные уравнения и неравенства.</i>		
76.	<i>Простейшие показательные уравнения и неравенства.</i>		
77.	<i>Простейшие показательные уравнения и неравенства.</i>		
78.	<i>Число <math>e</math> и функция <math>y = e^x</math>.</i>		
79.	<i>Логарифм, свойства логарифма.</i>		
80.	<i>Логарифм, свойства логарифма.</i>		
81.	<i>Логарифмическая функция и ее свойства и график.</i>		
82.	<i>Десятичный и натуральный логарифм.</i>		
83.	<i>Преобразование логарифмических выражений.</i>		

84.	Преобразование логарифмических выражений.		
85.	Логарифмические уравнения и неравенства.		
86.	Логарифмические уравнения и неравенства.		
87.	Логарифмические уравнения и неравенства.		
88.	Логарифмические уравнения и неравенства.		
89.	Производные элементарных функций. Правила дифференцирования.		
90.	Производные элементарных функций. Правила дифференцирования.		
91.	Производные элементарных функций. Правила дифференцирования.		
92.	Показательные и логарифмические уравнения и неравенства.		
93.	Показательные и логарифмические уравнения и неравенства.		
94.	Показательные и логарифмические уравнения и неравенства.		
95.	Показательные и логарифмические уравнения и неравенства.		
96.	Показательные и логарифмические уравнения и неравенства.		
97.	Показательные и логарифмические уравнения и неравенства.		
98.	<b>Контрольная работа по теме «Показательная и логарифмическая функции».</b>		
99.	Показательная и логарифмическая функции.		
<b>Первообразная и интеграл – 25 часов</b>			
100.	Первообразная и производная.		
101.	Неопределенный интеграл.		
102.	Первообразные элементарных функций.		
103.	Первообразные элементарных функций.		
104.	Площадь криволинейной трапеции. Формула Ньютона-Лейбница.		
105.	Определенный интеграл.		
106.	Определенный интеграл.		
107.	Определенный интеграл.		
108.	<i>Вычисление площадей плоских фигур и объемов тел вращения с помощью интеграла.</i>		
109.	<i>Вычисление площадей плоских фигур и объемов тел вращения с помощью интеграла.</i>		
110.	<i>Вычисление площадей плоских фигур и объемов тел вращения с помощью интеграла.</i>		
111.	<i>Вычисление площадей плоских фигур и объемов тел вращения с помощью интеграла.</i>		
112.	<i>Вычисление площадей плоских фигур и объемов тел вращения с помощью интеграла.</i>		
113.	<i>Вычисление площадей плоских фигур и объемов тел вращения с помощью интеграла.</i>		

114.	Первообразная и производная. Решение задач на применение производной.		
115.	Первообразная и производная. Решение задач на применение производной.		
116.	Первообразная и производная. Решение задач на применение производной.		
117.	Первообразная и производная. Решение задач на применение производной.		
118.	Первообразная и производная. Решение задач на применение производной.		
119.	Первообразная и производная. Решение задач на применение производной.		
120.	Первообразная и производная. Решение задач на применение производной.		
121.	Первообразная и производная. Решение задач на применение производной.		
122.	Первообразная и производная. Решение задач на применение производной.		
123.	<b>Контрольная работа по теме «Первообразная и интеграл».</b>		
124.	Первообразная и интеграл.		
<b>Тела вращения - 19 часов</b>			
125.	Тела вращения: цилиндр, конус, шар и сфера.		
126.	Тела вращения: цилиндр, конус, шар и сфера.		
127.	Сечения цилиндра.		
128.	Сечения конуса. Усеченный конус.		
129.	Сечения шара.		
130.	Сечения цилиндра, конуса и шара.		
131.	Шаровой сегмент, шаровой слой, шаровой сектор (конус).		
132.	<i>Элементы сферической геометрии. Конические сечения.</i>		
133.	Касательные прямые и плоскости.		
134.	Вписанные и описанные сферы. <i>Касающиеся сферы.</i>		
135.	<i>Площадь сферического пояса.</i>		
136.	Площадь сферы.		
137.	<i>Развертка цилиндра и конуса.</i> Площадь поверхности цилиндра и конуса.		
138.	<i>Комбинации тел вращения.</i>		
139.	Комбинации многогранников и тел вращения.		
140.	Решение задач на комбинацию многогранников и тел вращения.		
141.	Решение задач на комбинацию многогранников и тел вращения.		
142.	<b>Контрольная работа по теме «Тела вращения».</b>		

143.	Тела вращения.		
<b>Вероятность и статистика, логика, теория графов и комбинаторика -18 часов</b>			
144.	Дискретные случайные величины и распределения.		
145.	Совместные распределения. Распределение суммы и произведения независимых случайных величин.		
146.	Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Математическое ожидание и дисперсия суммы случайных величин.		
147.	Бинарная случайная величина, распределение Бернулли.		
148.	Геометрическое распределение. <i>Гипергеометрическое распределение и его свойства.</i>		
149.	Биномиальное распределение и его свойства.		
150.	Непрерывные случайные величины. Плотность вероятности. Функция распределения. Равномерное распределение. <i>Показательное распределение, его параметры. Распределение Пуассона и его применение.</i>		
151.	Нормальное распределение. Функция Лапласа. Параметры нормального распределения. Примеры случайных величин, подчиненных нормальному закону (погрешность измерений, рост человека). <i>Центральная предельная теорема.</i>		
152.	Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева и теорема Бернулли. Закон больших чисел.		
153.	Выборочный метод измерения вероятностей. Роль закона больших чисел в науке, природе и обществе. Ковариация двух случайных величин.		
154.	Понятие о коэффициенте корреляции. Совместные наблюдения двух случайных величин. <i>Выборочный коэффициент корреляции. Ранговая корреляция. Линейная регрессия.</i>		
155.	<i>Статистическая гипотеза. Статистика критерия и ее уровень значимости. Проверка простейших гипотез. Эмпирические распределения и их связь с теоретическими распределениями.</i>		
156.	<i>Построение соответствий. Инъективные и сюръективные соответствия.</i>		
157.	<i>Биекции. Дискретная непрерывность. Принцип Дирихле.</i>		
158.	<i>Кодирование. Двоичная запись. Основные понятия теории графов. Деревья. Двоичное дерево.</i>		
159.	<i>Связность. Компоненты связности. Пути на графе. Эйлеровы и Гамильтоновы пути.</i>		

160.	Контрольная работа по теме «Вероятность и статистика, логика, теория графов и комбинаторика».		
161.	Вероятность и статистика, логика, теория графов и комбинаторика.		
<b>Объёмы тел – 20 часов</b>			
162.	Понятие объема. <i>Аксиомы объема.</i>		
163.	Объемы многогранников. <i>Вывод формул объемов прямоугольного параллелепипеда, призмы и пирамиды.</i>		
164.	Объемы многогранников. <i>Формулы для нахождения объема тетраэдра.</i>		
165.	Объемы тел вращения.		
166.	Объемы тел вращения.		
167.	<i>Теоремы об отношениях объемов.</i>		
168.	<i>Приложения интеграла к вычислению объемов и поверхностей тел вращения. Объем шарового слоя.</i>		
169.	<i>Применение объемов при решении задач.</i>		
170.	Объемы многогранников и тел вращения.		
171.	Подобие в пространстве. Отношение объемов и площадей поверхностей подобных фигур.		
172.	Отношение объемов и площадей поверхностей подобных фигур.		
173.	Объемы многогранников и тел вращения.		
174.	Объемы многогранников и тел вращения.		
175.	Объемы многогранников и тел вращения.		
176.	Объемы многогранников и тел вращения.		
177.	Контрольная работа по теме «Объемы тел»		
178.	Объёмы тел.		
179.	Отношение объемов и площадей поверхностей подобных фигур.		
180.	<i>Решение задач на плоскости с использованием стереометрических методов.</i>		
181.	<i>Решение задач на плоскости с использованием стереометрических методов.</i>		
<b>Уравнения и неравенства – 17 часов</b>			
182.	Метод интервалов для решения неравенств.		
183.	Графические методы решения уравнений и неравенств.		
184.	<i>Методы решения функциональных уравнений и неравенств.</i>		

185.	Решение уравнений и неравенств, содержащих переменную под знаком модуля.		
186.	Решение уравнений и неравенств, содержащих переменную под знаком модуля.		
187.	Иррациональные уравнения.		
188.	Системы показательных, логарифмических и иррациональных уравнений.		
189.	Системы показательных, логарифмических и иррациональных уравнений.		
190.	Системы показательных, логарифмических и иррациональных уравнений.		
191.	Системы показательных, логарифмических и иррациональных неравенств.		
192.	Уравнения, системы уравнений с параметром.		
193.	Уравнения, системы уравнений с параметром.		
194.	Уравнения, системы уравнений с параметром.		
195.	Уравнения, системы уравнений с параметром.		
196.	Уравнения, системы уравнений с параметром.		
197.	<b>Контрольная работа по теме «Уравнения и неравенства»</b>		
198.	Уравнения и неравенства		
<b>Повторение – 40 часов</b>			
199.	Решение задач с использованием свойств чисел и систем счисления, делимости, долей и частей, процентов, модулей чисел.		
200.	Решение задач с использованием свойств степеней и корней, многочленов, преобразований многочленов и дробно-рациональных выражений.		
201.	Решение задач с использованием градусной меры угла.		
202.	Решение задач на движение и совместную работу, смеси и сплавы с помощью линейных, квадратных и дробно-рациональных уравнений и их систем.		
203.	Решение задач на движение и совместную работу, смеси и сплавы с помощью линейных, квадратных и дробно-рациональных уравнений и их систем.		
204.	Решение задач с помощью числовых неравенств и систем неравенств с одной переменной, с применением изображения числовых промежутков.		
205.	Решение задач с помощью числовых неравенств и систем неравенств с одной переменной, с применением изображения числовых промежутков.		
206.	Решение задач с использованием числовых функций и их графиков. Использование свойств и графиков линейных и квадратичных функций, обратной пропорциональности и функции $y = \sqrt{x}$ .		

207.	Графическое решение уравнений и неравенств.		
208.	Использование неравенств и систем неравенств с одной переменной, числовых промежутков, их объединений и пересечений.		
209.	Применение при решении задач свойств арифметической и геометрической прогрессии, суммирования бесконечной сходящейся геометрической прогрессии.		
210.	Применение при решении задач свойств арифметической и геометрической прогрессии, суммирования бесконечной сходящейся геометрической прогрессии.		
211.	Решение задач с использованием свойств фигур на плоскости.		
212.	Решение задач на доказательство и построение контрпримеров. Применение простейших логических правил.		
213.	Решение задач с использованием теорем о треугольниках, соотношений в прямоугольных треугольниках, фактов, связанных с четырехугольниками.		
214.	Решение задач с использованием теорем о треугольниках, соотношений в прямоугольных треугольниках, фактов, связанных с четырехугольниками.		
215.	Решение задач с использованием фактов, связанных с окружностями.		
216.	Решение задач с использованием фактов, связанных с окружностями.		
217.	Решение задач на измерения на плоскости, вычисления длин и площадей.		
218.	Решение задач на измерения на плоскости, вычисления длин и площадей.		
219.	<i>Решение задач с помощью векторов и координат.</i>		
220.	Вычисление вероятностей в опытах с равновероятными элементарными исходами. Использование комбинаторики. Вычисление вероятностей независимых событий.		
221.	Использование формулы сложения вероятностей, диаграмм Эйлера, дерева вероятностей, формулы Бернулли.		
222.	Условная вероятность. Правило умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса.		
223.	Преобразование тригонометрических выражений.		
224.	Тригонометрические уравнения и неравенства		
225.	Тригонометрические уравнения и неравенства		
226.	Показательные уравнения и неравенства		
227.	Показательные уравнения и неравенства		
228.	Логарифмические уравнения и неравенства		

229.	Логарифмические уравнения и неравенства		
230.	Производная. Применение производной к решению задач.		
231.	Геометрический и физический смысл производной. <i>Применение производной в физике.</i>		
232.	Производные элементарных функций. Правила дифференцирования.		
233.	Вторая производная, ее геометрический и физический смысл.		
234.	Исследование элементарных функций на точки экстремума, наибольшее и наименьшее значение с помощью производной.		
235.	Многогранники.		
236.	Тела вращения.		
237.	Резерв		
238.	Резерв		

ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ПО МАТЕМАТИКЕ (БАЗОВЫЙ УРОВЕНЬ)  
10 КЛАСС, 5 ЧАСОВ В НЕДЕЛЮ

№	Тема	Кол-во часов	Контрольные работы
1	Повторение основных тем за курс основной школы	14	1
2	Числовые функции	14	1
3	Аксиомы стереометрии	4	
4	Тригонометрические функции	23	1
5	Параллельность прямых и плоскостей	11	1
6	Тригонометрические уравнения	15	1
7	Перпендикулярность прямых и плоскостей	13	1
8	Преобразование тригонометрических выражений	11	1
9	Многогранники	15	1
10	Производная	19	1
11	Вероятность и статистика	12	1
12	Повторение	24	1
	Итого	<b>175</b>	<b>11</b>

## КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ 10 КЛАСС (БАЗА)

№ урока	Тема	Дата (план)	Дата (факт)
<b>Повторение - 14 часов</b>			
1.	Решение задач с использованием свойств чисел и систем счисления.	01.09	
2.	Решение задач с использованием свойств делимости, долей и частей, процентов.	01.09	
3.	Решение задач с использованием свойств делимости, долей и частей, процентов.	02.09	
4.	Решение задач с использованием свойств модулей чисел.	03.09	
5.	Решение задач с использованием свойств степеней и корней, многочленов.	07.09	
6.	Решение задач с использованием свойств преобразований многочленов и дробно-рациональных выражений.	08.09	
7.	Решение задач с использованием градусной меры угла. Модуль числа и его свойства.	08.09	
8.	Решение задач на движение и совместную работу с помощью линейных и квадратных уравнений и их систем.	09.09	
9.	Решение задач на движение и совместную работу с помощью линейных и квадратных уравнений и их систем.	10.09	
10.	Решение задач с применением свойств фигур на плоскости. Задачи на доказательство и построение контрпримеров. Использование в задачах простейших логических правил.	14.09	
11.	Решение задач с использованием теорем о треугольниках, соотношений в прямоугольных треугольниках.	15.09	
12.	Решение задач с использованием теорем фактов, связанных с четырехугольниками.	15.09	

13.	Решение задач с использованием фактов, связанных с окружностями. Решение задач на измерения на плоскости, вычисление длин и площадей.	16.09	
14.	<b>Стартовая диагностическая работа.</b>	<b>17.09.</b>	
<b>Числовые функции –14часов</b>			
15.	Нули функции, промежутки знакопостоянства, монотонность.	21.09	
16.	Нули функции, промежутки знакопостоянства, монотонность.	22.09	
17.	Наибольшее и наименьшее значение функции.	22.09	
18.	Четность и нечетность функций.	23.09	
19.	Обратные функции. <i>Взаимно обратные функции. Графики взаимно обратных функций.</i>	24.09	
20.	<i>Сложные функции.</i>	28.10	
21.	Решение задач с использованием числовых функций и их графиков.	29.09	
22.	Решение задач с использованием числовых функций и их графиков.	29.09	
23.	Использование свойств и графиков линейной функции.	30.09	
24.	Использование свойств и графиков квадратичной функции.	01.10	
25.	Использование свойств и графиков обратной пропорциональности и функции $y = \sqrt{x}$ .	05.10	
26.	Графическое решение уравнений и неравенств.	06.10	
27.	<b>Контрольная работа по теме «Числовые функции».</b>	06.10	
28.	Числовые функции.	07.10	
<b>Аксиомы стереометрии – 4 часа</b>			

29.	Наглядная стереометрия. Фигуры и их изображения (куб, пирамида, призма).	08.10	
30.	<i>Основные понятия стереометрии и их свойства.</i>	12.10	
31.	Точка, прямая и плоскость в пространстве, аксиомы стереометрии и следствия из них.	13.10	
32.	Аксиомы стереометрии.	13.10	
<b>Тригонометрические функции –23 часа</b>			
33.	Тригонометрическая окружность, <i>радианная мера угла.</i>	14.10	
34.	Тригонометрическая окружность, <i>радианная мера угла.</i>	15.10	
35.	Тригонометрическая окружность, <i>радианная мера угла.</i>	19.10	
36.	Тригонометрическая окружность, <i>радианная мера угла.</i>	20.10	
37.	Синус, косинус, тангенс, <i>котангенс</i> произвольного угла.	20.10	
38.	Синус, косинус, тангенс, <i>котангенс</i> произвольного угла.	21.10	
39.	Синус, косинус, тангенс, <i>котангенс</i> произвольного угла.	22.10	
40.	Синус, косинус, тангенс, <i>котангенс</i> произвольного угла.	26.10	
41.	Основное тригонометрическое тождество и следствия из него.	27.10	
42.	Значения тригонометрических функций для углов $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ . $(0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}$ рад).	27.10	
43.	Значения тригонометрических функций для углов $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ . $(0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}$ рад).	28.10	

44.	Значения тригонометрических функций для углов $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ . ( $0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}$ рад).	29.10	
45.	Периодические функции.		
46.	Тригонометрические функции $y = \cos x, y = \sin x, y = \operatorname{tg} x$ .		
47.	Свойства и графики тригонометрических функций.		
48.	Тригонометрические функции $y = \cos x, y = \sin x, y = \operatorname{tg} x$ .		
49.	Тригонометрические функции $y = \cos x, y = \sin x, y = \operatorname{tg} x$ .		
50.	Функция $y = \operatorname{ctg} x$ .		
51.	Свойства и графики тригонометрических функций.		
52.	<b>Контрольная работа по теме «Тригонометрические функции».</b>		
53.	<i>Преобразования графиков функций: сдвиг вдоль координатных осей, растяжение и сжатие, отражение относительно координатных осей.</i>		
54.	<i>Преобразования графиков функций: сдвиг вдоль координатных осей, растяжение и сжатие, отражение относительно координатных осей.</i>		
55.	<i>Преобразования графиков функций: сдвиг вдоль координатных осей, растяжение и сжатие, отражение относительно координатных осей.</i>		
<b>Параллельность прямых и плоскостей – 11 часов</b>			
56.	Параллельность прямых в пространстве.		
57.	Параллельность прямой и плоскости.		
58.	Параллельность прямых и плоскостей в пространстве.		
59.	Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве.		
60.	Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве.		
61.	Углы в пространстве.		

62.	Изображение простейших пространственных фигур на плоскости.		
63.	Изображение простейших пространственных фигур на плоскости.		
64.	Изображение простейших пространственных фигур на плоскости.		
65.	<b>Контрольная работа по теме «Параллельность прямых и плоскостей».</b>		
66.	Взаимное расположение прямых в пространстве.		
<b>Тригонометрические уравнения –15 часов</b>			
67.	<i>Обратные тригонометрические функции, их свойства и графики</i>		
68.	Арккосинус, арксинус, арктангенс числа.		
69.	<i>Арккотангенс числа.</i>		
70.	<i>Обратные тригонометрические функции</i>		
71.	Простейшие тригонометрические уравнения.		
72.	Простейшие тригонометрические уравнения.		
73.	Решение тригонометрических уравнений.		
74.	<b>Диагностическая работа по математике</b>	<b>04.12</b>	
75.	Решение тригонометрических уравнений.		
76.	Решение тригонометрических уравнений.		
77.	Решение тригонометрических уравнений.		
78.	<i>Решение простейших тригонометрических неравенств.</i>		
79.	<i>Решение простейших тригонометрических неравенств.</i>		

80.	Контрольная работа по теме «Простейшие тригонометрические уравнения».		
81.	Простейшие тригонометрические уравнения.		
<b>Параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей – 13 часов</b>			
82.	Параллельные плоскости. Свойства параллельных плоскостей.		
83.	Параллельные плоскости. Свойства параллельных плоскостей.		
84.	Тетраэдр.		
85.	Параллелепипед.		
86.	Сечения куба и тетраэдра.		
87.	Расстояния между фигурами в пространстве.		
88.	Углы в пространстве.		
89.	Перпендикулярность прямых и плоскостей.		
90.	Проекция фигуры на плоскость.		
91.	Признаки перпендикулярности прямых и плоскостей в пространстве.		
92.	Теорема о трех перпендикулярах.		
93.	Контрольная работа по теме «Перпендикулярность прямых и плоскостей».		
94.	Перпендикулярность прямых и плоскостей.		
<b>Преобразование тригонометрических выражений – 11 часов</b>			
95.	<i>Формулы сложения тригонометрических функций.</i>		
96.	<i>Формулы сложения тригонометрических функций.</i>		

97.	<i>Формулы сложения тригонометрических функций.</i>		
98.	<i>Формулы приведения.</i>		
99.	<i>Формулы приведения.</i>		
100	<i>Формулы двойного аргумента.</i>		
101	<i>Формулы двойного аргумента.</i>		
102	Решение тригонометрических уравнений.		
103	Решение тригонометрических уравнений.		
104	<b>Контрольная работа по теме «Преобразование тригонометрических выражений».</b>		
105	Решение тригонометрических уравнений.		
<b>Многогранники - 15 часов</b>			
106	Многогранники. Параллелепипед. Свойства прямоугольного параллелепипеда.		
107	Параллелепипед. Свойства прямоугольного параллелепипеда.		
108	Свойства прямоугольного параллелепипеда.		
109	Теорема Пифагора в пространстве.		
110	Призма. Элементы призмы. Правильная призма.		
111	Прямая призма.		
112	Площадь поверхности прямой призмы.		
113	Пирамида. Правильная пирамида.		
114	Пирамида. Элементы пирамиды.		

115	Площадь поверхности правильной пирамиды.		
116	<b>Тренировочная работа по математике № 1</b>	06.02.	
117	<i>Движения в пространстве: параллельный перенос, центральная симметрия, симметрия относительно плоскости, поворот.</i>		
118	<i>Свойства движений. Применение движений при решении задач.</i>		
119	<b>Контрольная работа по теме «Многогранники».</b>		
120	Многогранники.		
<b>Производная –19 часов</b>			
121	Производная.		
122	Производная функции в точке.		
123	Производная функции в точке.		
124	Геометрический и физический смысл производной.		
125	Производные элементарных функций.		
126	Производные элементарных функций.		
127	<i>Правила дифференцирования.</i>		
128	<i>Вторая производная, ее геометрический и физический смысл.</i>		
129	Касательная к графику функции.		
130	Касательная к графику функции.		
131	Понятие о непрерывных функциях. Точки экстремума (максимума и минимума).		
132	Понятие о непрерывных функциях. Точки экстремума (максимума и минимума).		
133	Исследование элементарных функций на точки экстремума с помощью производной.		

134	Исследование элементарных функций на точки экстремума, наибольшее и наименьшее значение с помощью производной.		
135	<i>Построение графиков функций с помощью производных.</i>		
136	<i>Построение графиков функций с помощью производных.</i>		
137	<b>Контрольная работа по теме «Производная».</b>		
138	<i>Применение производной при решении задач.</i>		
139	<i>Применение производной при решении задач.</i>		
<b>Вероятность и статистика - 12 часов</b>			
140	Решение задач на табличное и графическое представление данных.		
141	<i>Решение задач на определение частоты и вероятности событий.</i>		
142	<i>Вычисление вероятностей в опытах с равновозможными элементарными исходами.</i>		
143	<i>Решение задач с применением комбинаторики.</i>		
144	<i>Решение задач на вычисление вероятностей независимых событий, применение формулы сложения вероятностей.</i>		
145	<i>Решение задач с применением диаграмм Эйлера, дерева вероятностей, формулы Бернулли.</i>		
146	<i>Условная вероятность. Правило умножения вероятностей. Формула полной вероятности.</i>		
147	<i>Биномиальное распределение и его свойства.</i>		
148	<i>Решение задач на вычисление вероятностей.</i>		

149	Решение задач на вычисление вероятностей.		
150	<b>Контрольная работа по теме «Вероятность и статистика».</b>	02.04.	
151	Вероятность и статистика.		
<b>Повторение – 24 часа</b>			
152	Решение задач с использованием свойств преобразований многочленов и дробно-рациональных выражений.		
153	Решение задач с использованием градусной меры угла. Модуль числа и его свойства.		
154	Решение задач на движение и совместную работу с помощью линейных и квадратных уравнений и их систем.		
155	Решение задач с использованием теорем о треугольниках, соотношений в прямоугольных треугольниках.		
156	Решение задач с использованием теорем фактов, связанных с четырехугольниками.		
157	Решение задач с использованием фактов, связанных с окружностями. Решение задач на измерения на плоскости, вычисление длин и площадей.		
158	Числовые функции.		
159	Числовые функции.		
160	Тригонометрические функции.		
161	Тригонометрические функции.		
162	Тригонометрические уравнения и неравенства.		
163	Тригонометрические уравнения и неравенства.		
164	Преобразование тригонометрических выражений.		
165	Преобразование тригонометрических выражений.		

166	Применение производной к решению задач.		
167	Применение производной к решению задач.		
168	Итоговая контрольная работа.		
169	Многогранники.		
170	Многогранники.		
171	Многогранники.		
172	Резерв		
173	Резерв		
174	Резерв		
175	Резерв		

ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН  
11 КЛАСС

На изучение математики на базовом уровне освоения согласно учебному плану МБОУ СШ № 37 г. Липецка отводится 5 часов в неделю в 11 классе.

Итого - 170 часов за год.

Городское репетиционное тестирование –

№	Тема	Кол-во часов	Контрольные работы
1	Повторение	14	1
2	Степенные функции	9	1
3	Векторы и координаты в пространстве	12	1
4	Показательные и логарифмические функции	17	1
5	Тела вращения	16	1
6	Первообразная и интеграл	7	1
7	Объемы тел	13	1
8	Вероятность и статистика	18	
9	Уравнения и неравенства	16	1
	Повторение. Подготовка к ЕГЭ	48	
	<b>Итого</b>	<b>170</b>	<b>8</b>

КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ  
(11 КЛАСС БАЗОВЫЙ УРОВЕНЬ)

№ урока	Тема	Дата (план)	Дата (факт)
<b>Повторение - 14 часов</b>			
1	Решение задач с использованием свойств чисел и систем счисления.	01.09	
2	Решение задач с использованием свойств делимости, долей и частей, процентов.	01.09	
3	Решение задач с использованием свойств модулей чисел.	02.09	
4	Решение задач с использованием свойств степеней и корней, многочленов.	03.09	
5	Решение задач с использованием свойств преобразований многочленов и дробно-рациональных выражений.	07.09	
6	Решение задач с использованием градусной меры угла. Модуль числа и его свойства.	08.09	
7	Решение задач на движение и совместную работу с помощью линейных и квадратных уравнений и их систем.	08.09	
8	Решение задач с помощью числовых неравенств и систем неравенств с одной переменной, с применением изображения числовых промежутков.	09.09	
9	Решение задач с применением свойств фигур на плоскости.	10.09	
10	Решение задач с использованием теорем о треугольниках, соотношений в прямоугольных треугольниках.	14.09	
11	Решение задач с использованием теорем фактов, связанных с четырехугольниками.	15.09	

12	Решение задач с использованием фактов, связанных с окружностями. Решение задач на измерения на плоскости, вычисление длин и площадей.	15.09	
13	<i>Решение задач с помощью векторов и координат.</i>	16.09	
14	<b>Тренировочная работа № 1</b>		
<b>Степенные функции– 9 часов</b>			
15	Степень с действительным показателем, свойства степени.	17.09	
16	Степень с действительным показателем, свойства степени.	21.09	
17	Степенная функция и ее свойства и график.	22.09	
18	Степенная функция и ее свойства и график.	22.09	
19	Степенная функция и ее свойства и график.	23.09	
20	<i>Преобразования графиков функций: сдвиг вдоль координатных осей, растяжение и сжатие, отражение относительно координатных осей.</i>	24.09	
21	<i>Преобразования графиков функций: сдвиг вдоль координатных осей, растяжение и сжатие, отражение относительно координатных осей.</i>	28.09	
22	<b>Контрольная работа по теме «Степенные функции».</b>	29.09	
23	Степенные функции	29.09	
<b>Векторы и координаты в пространстве –12 часов</b>			
24	Векторы и координаты в пространстве.	30.09	
25	Сумма векторов.	01.10	
26	Умножение вектора на число.	05.10	
27	Угол между векторами.	06.10	
28	Коллинеарные и компланарные векторы.	06.10	
29	<i>Скалярное произведение векторов.</i>	07.10	

30	<i>Теорема о разложении вектора по трем некопланарным векторам.</i>	08.10	
31	<i>Скалярное произведение векторов в координатах.</i>	12.10	
32	<i>Применение векторов при решении задач нахождение расстояний, длин, площадей и объемов.</i>	13.10	
33	<i>Уравнение плоскости в пространстве. Уравнение сферы в пространстве. Формула для вычисления расстояния между точками в пространстве.</i>	13.10	
34	<b>Контрольная работа по теме «Векторы и координаты в пространстве».</b>	14.10	
35	Векторы и координаты в пространстве.	15.10	
<b>Показательная и логарифмическая функции - 17 часов</b>			
36	Показательная функция и ее свойства и график.	19.10	
37	Показательная функция и ее свойства и график.	20.10	
38	Простейшие показательные уравнения и неравенства.	20.10	
39	Простейшие показательные уравнения и неравенства.	21.10	
40	Логарифм числа, свойства логарифма.	22.10	
41	Логарифм числа, свойства логарифма.	26.10	
42	Логарифмическая функция и ее свойства и график.	27.10	
43	Логарифмическая функция и ее свойства и график.	27.10	
44	Десятичный логарифм.	28.10	
45	<i>Число e. Натуральный логарифм.</i>	29.10	
46	Преобразование логарифмических выражений.		
47	Преобразование логарифмических выражений.		
48	Логарифмические уравнения и неравенства.		
49	Логарифмические уравнения и неравенства.		
50	Показательные и логарифмические уравнения и неравенства.		
51	<b>Контрольная работа по теме «Показательная и логарифмическая функции».</b>		
52	Показательная и логарифмическая функции.		
<b>Тела вращения –16 часов</b>			

53	Тела вращения: цилиндр, конус, сфера и шар.		
54	Основные свойства прямого кругового цилиндра, прямого кругового конуса.		
55	Изображение тел вращения на плоскости.		
56	<i>Представление об усеченном конусе.</i>		
57	<i>Сечения конуса (параллельное основанию и проходящее через вершину).</i>		
58	<i>Сечения цилиндра (параллельно и перпендикулярно оси), сечения шара</i>		
59	<i>Развертка цилиндра и конуса.</i>		
60	<i>Простейшие комбинации многогранников и тел вращения между собой.</i>		
61	<b>Тренировочная работа № 2</b>		
62	Вычисление элементов пространственных фигур (ребра, диагонали, углы).		
63	Площадь поверхности правильной пирамиды и прямой призмы.		
64	Площадь поверхности прямого кругового цилиндра.		
65	Площадь поверхности прямого кругового конуса и шара.		
66	<i>Площади поверхности тел вращения.</i>		
67	<b>Контрольная работа по теме «Тела вращения».</b>		
68	Тела вращения.		
<b>Первообразная и интеграл –7 часов</b>			
69	Первообразная.		
70	<i>Первообразные элементарных функций.</i>		
71	<i>Площадь криволинейной трапеции. Формула Ньютона-Лейбница.</i>		
72	<i>Определенный интеграл.</i>		
73	<i>Вычисление площадей плоских фигур и объемов тел вращения с помощью интеграла.</i>		
74	<b>Контрольная работа по теме «Первообразная и интеграл».</b>		
75	Первообразная и интеграл		
<b>Объемы тел- 13 часов</b>			
76	Понятие об объеме.		

77	Объем пирамиды.		
78	Объем конуса.		
79	Объем призмы.		
80	Объем цилиндра.		
81	Объем шара.		
82	Объемы тел.		
83	<i>Подобные тела в пространстве.</i>		
84	Соотношения между площадями поверхностей и объемами подобных тел.		
85	Соотношения между площадями поверхностей и объемами подобных тел.		
86	Соотношения между площадями поверхностей и объемами подобных тел.		
87	<b>Контрольная работа по теме «Объёмы тел».</b>		
88	Объемы тел.		
<b>Вероятность и статистика. Работа с данными - 18 часов</b>			
89	Повторение. Решение задач на табличное и графическое представление данных.		
90	Использование свойств и характеристик числовых наборов: средних, наибольшего и наименьшего значения, размаха, дисперсии.		
91	<i>Решение задач на определение частоты и вероятности событий.</i>		
92	<i>Дискретные случайные величины и распределения.</i>		
93	<i>Независимые случайные величины.</i>		
94	<i>Распределение суммы и произведения независимых случайных величин.</i>		
95	<i>Математическое ожидание и дисперсия случайной величины.</i>		
96	<b>Тренировочная работа № 3</b>	29.01	
97	<i>Геометрическое распределение. Биномиальное распределение и его свойства.</i>		
98	<i>Непрерывные случайные величины. Понятие о плотности вероятности. Равномерное распределение.</i>		

99	<i>Показательное распределение, его параметры.</i>		
100	<i>Понятие о нормальном распределении. Параметры нормального распределения.</i>		
101	<i>Примеры случайных величин, подчиненных нормальному закону (погрешность измерений, рост человека).</i>		
102	<i>Неравенство Чебышева. Теорема Бернулли. Закон больших чисел. Выборочный метод измерения вероятностей. Роль закона больших чисел в науке, природе и обществе.</i>		
103	<i>Ковариация двух случайных величин. Понятие о коэффициенте корреляции.</i>		
104	<i>Совместные наблюдения двух случайных величин. Выборочный коэффициент корреляции.</i>		
105	Вероятность и статистика. Работа с данными.		
106	Вероятность и статистика. Работа с данными.		
<b>Уравнения и неравенства –16 часов</b>			
107	<i>Метод интервалов для решения неравенств.</i>		
108	<i>Метод интервалов для решения неравенств.</i>		
109	<i>Графические методы решения уравнений и неравенств.</i>		
110	<i>Графические методы решения уравнений и неравенств.</i>		
111	<i>Решение уравнений и неравенств, содержащих переменную под знаком модуля.</i>		
112	<i>Решение уравнений и неравенств, содержащих переменную под знаком модуля.</i>		
113	Иррациональные уравнения.		
114	Иррациональные уравнения.		
115	<b>Тренировочная работа № 4</b>	11.03	
116	<i>Системы показательных, логарифмических и иррациональных уравнений.</i>		
117	<i>Системы показательных, логарифмических неравенств.</i>		
118	<i>Уравнения, системы уравнений с параметром.</i>		
119	<b>Контрольная работа по теме «Уравнения и неравенства»</b>		

120	Уравнения и неравенства.		
121	Уравнения и неравенства.		
122	Уравнения и неравенства.		
<b>Повторение –48 часов</b>			
123	Решение задач с использованием свойств делимости, долей и частей, процентов.		
124	Решение задач с использованием свойств делимости, долей и частей, процентов.		
125	<b>Тренировочная работа № 5</b>	22.04	
126	Решение задач с использованием свойств степеней и корней, многочленов.		
127	Решение задач с использованием свойств степеней и корней, многочленов.		
128	Решение задач с использованием свойств степеней и корней, многочленов.		
129	Решение задач с использованием свойств преобразований многочленов и дробно-рациональных выражений.		
130	Решение задач с использованием градусной меры угла. Модуль числа и его свойства.		
131	Решение задач с использованием градусной меры угла. Модуль числа и его свойства.		
132	Решение задач с использованием градусной меры угла. Модуль числа и его свойства.		
133	Решение задач на движение и совместную работу с помощью линейных и квадратных уравнений и их систем.		
134	Решение задач на движение и совместную работу с помощью линейных и квадратных уравнений и их систем.		
135	Тригонометрические функции.		
136	Тригонометрические уравнения.		
137	Тригонометрические уравнения.		
138	Преобразование тригонометрических выражений.		
139	Треугольник.		
140	Четырехугольники.		

141	Четырехугольники.		
142	Окружность		
143	Окружность		
144	Многогранники.		
145	Площади поверхностей многогранников.		
146	Площади поверхностей многогранников.		
147	Объемы многогранников		
148	Объемы многогранников		
149	Тела вращения.		
150	Площадь поверхности тел вращения		
151	Площадь поверхности тел вращения		
152	Объемы.		
153	Объемы.		
154	Степенные функции.		
155	Степенные функции.		
156	Нули функции, промежутки знакопостоянства, монотонность. Наибольшее и наименьшее значение функции.		
157	Периодические функции. Четность и нечетность функций.		
158	Сложные функции.		
159	Показательные и логарифмические выражения.		
160	Показательные и логарифмические выражения.		
161	Логарифмические и показательные уравнения.		
162	Логарифмические и показательные уравнения.		
163	Логарифмические и показательные уравнения.		

164	Логарифмические и показательные неравенства.		
165	Производная		
166	Производная		
167	Касательная к графику функции. Геометрический и физический смысл производной. Производные элементарных функций. <i>Правила дифференцирования.</i>		
168	Производные элементарных функций. <i>Правила дифференцирования.</i>		
169	Резерв		
170	Резерв		

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ  
10 КЛАСС АЛГЕБРА  
Контрольная работа № 1 (1 час)

Вариант 1

1. Найдите НОД и НОК чисел 645 и 381.
2. Найдите остаток от деления на 11 числа 437.
3. Запишите периодическую дробь  $0,(87)$  в виде обыкновенной дроби.
4. Сравните числа  $\sqrt{3} + \sqrt{15}$  и  $3\sqrt{2}$ .
5. Решите уравнение  $x^2 + 1 - 6x = 2|x - 3|$ .

---

6. Решите неравенство  $|x^2 - 8| \leq 2x$ .

---

7. Постройте график функции  $y = |-2 - |x + 5||$ .

**Контрольная работа № 1 (1 час)**

**Вариант 2**

1. Найдите НОД и НОК чисел 846 и 246.
2. Найдите остаток от деления на 19 числа 671.
3. Запишите периодическую дробь  $0,(35)$  в виде обыкновенной дроби.
4. Сравните числа  $\sqrt{17} + \sqrt{2}$  и  $\sqrt{19}$ .
5. Решите уравнение  $x^2 + 6x + 7 = |x + 3|$ .

---

6. Решите неравенство  $|x^2 - 10| > 9x$ .

---

7. Постройте график функции  $y = |1 - |x + 3||$ .

**Контрольная работа № 1 (1 час)**

**Вариант 3**

1. Найдите НОД и НОК чисел 1960 и 588.
2. Найдите остаток от деления на 13 числа 371.
3. Запишите периодическую дробь  $0,21(8)$  в виде обыкновенной дроби.
4. Расположите следующие числа в порядке возрастания:  $-\sqrt{19}$ ;  $-2\pi$ ;  $-\sqrt{2}-\sqrt{17}$  .
5. Решите уравнение  $x^2 + 4x = 4 + 2|x + 2|$ .

---

6. Найдите все двузначные нечетные делители числа 2184.

---

7. Постройте график функции  $y = \frac{x^3 - 3x^2 - x + 3}{\sqrt{x^2 - 2x + 1}}$ .

**Контрольная работа № 1 (1 час)**

**Вариант 4**

1. Найдите НОД и НОК чисел 1620 и 111.
2. Найдите остаток от деления на 17 числа 392.
3. Запишите периодическую дробь  $2,35(7)$  в виде обыкновенной дроби.
4. Расположите следующие числа в порядке убывания:  $-\sqrt{17}$ ;  $-1,5\pi$ ;  $-\sqrt{2}-\sqrt{15}$ .
5. Решите уравнение  $x^2 + 34 = 12x + |x - 6|$ .

---

6. Найдите все двузначные четные делители числа 2772

---

6. Постройте график функции  $y = \frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}$ .

## Контрольная работа № 1 (1 час)

### Вариант 5

1. Найдите НОД и НОК чисел 3366 и 2244.
  2. Докажите, что если натуральное число не делится на 3, то его квадрат, уменьшенный на 1, делится на 3.
  3. Запишите периодическую дробь  $23,5(12)$  в виде обыкновенной дроби.
  4. Сравните числа  $-3-2\sqrt{2}$  и  $-\sqrt{34}$ .
  5. Решите уравнение  $|3-x|-1=|x-2|$ .
- 
6. Докажите, что для любых неотрицательных чисел  $a$  и  $b$  выполняется неравенство  $(a+2)(b+2)(a+b) \geq 16ab$ .
- 
7. Для каждого значения параметра  $a$  определите число корней уравнения  $|x^2 - 2x - 3| = a$ .

## Контрольная работа № 1 (1 час)

### Вариант 6

1. Найдите НОД и НОК чисел 1638 и 1092.
2. Докажите, что квадрат любого натурального числа, увеличенный на 1, не делится на 3.
3. Запишите периодическую дробь  $7,1(13)$  в виде обыкновенной дроби.
4. Сравните числа  $-3-\sqrt{10}$  и  $-\sqrt{38}$ .
5. Решите уравнение  $|2-x|=|x-1|+1$ .

- 
6. Докажите, что для любых положительных чисел  $a$  и  $b$  выполняется

$$\text{неравенство } \left(\frac{1}{a}+3\right)\left(\frac{1}{b}+3\right)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right) \geq \frac{24}{ab}.$$

- 
7. Для каждого значения параметра  $a$  определите число корней уравнения  $||x|-6|=x+a$ .

## Контрольная работа № 2 (1 час)

### Вариант 1

1. Задаёт ли указанное правило функцию  $y = f(x)$ , если:

$$1) f(x) = \begin{cases} -x, & -1 < x \leq 0, \\ \sqrt{x} + 1, & x \geq 0; \end{cases} \quad 2) f(x) = \begin{cases} x^2, & 0 \leq x \leq 1, \\ 1, & 1 \leq x \leq 3, \\ x - 3, & x > 3? \end{cases}$$

В случае положительного ответа:

а) найдите область определения функции;

б) вычислите значения функции в точках  $-2$ ;  $1$ ;  $5$ ;

в) постройте график функции;

г) найдите промежутки монотонности функции.

2. Исследуйте функцию  $y = 3|x| - x^2$  на чётность.

3.  $y = f(x)$  – периодическая функция с периодом  $T = 3$ . Известно, что

$$f(x) = 2 - x, \text{ если } 0 < x \leq 3.$$

а) Постройте график функции;

б) найдите нули функции;

в) найдите её наибольшее и наименьшее значения.

4. Придумайте пример аналитически заданной функции, определённой на открытом луче  $(-\infty; 0)$ .

5. Известно, что функция  $y = f(x)$  возрастает на  $\mathbf{R}$ . Решите неравенство

$$f\left(\frac{6x^2 + x + 9}{x^2 + 3}\right) \leq f(5).$$

---

6. Найдите функцию, обратную функции  $y = x^2 + 5$ ,  $x \geq 0$ . Постройте на одном чертеже графики указанных двух взаимно обратных функций.

---

7. Вычислите:  $\frac{1}{1 \cdot 6} + \frac{1}{6 \cdot 11} + \frac{1}{11 \cdot 16} + \frac{1}{16 \cdot 21} + \dots + \frac{1}{71 \cdot 76}$ .

### Контрольная работа № 2 ( 1 час)

#### Вариант 2

1. Задаёт ли указанное правило функцию  $y = f(x)$ , если:

$$1) f(x) = \begin{cases} -x, & x < 0, \\ -x^2, & 0 \leq x \leq 2, \\ -4, & 2 \leq x \leq 5; \end{cases} \quad 2) f(x) = \begin{cases} x-1, & x \leq 1, \\ x+1, & 1 \leq x < 4? \end{cases}$$

В случае положительного ответа:

- а) найдите область определения функции;
- б) вычислите значения функции в точках  $-3$ ;  $2$ ;  $6$ ;
- в) постройте график функции;
- г) найдите промежутки монотонности функции.

2. Исследуйте функцию  $y = \sqrt{x-2} + x^3$  на чётность.

3.  $y = f(x)$  – периодическая функция с периодом  $T = 2$ . Известно, что  $f(x) = 2x + 4$ , если  $-3 < x \leq -1$ .

а) Постройте ее график функции;

б) найдите нули функции;

в) найдите ее наибольшее и наименьшее значения.

4. Придумайте пример аналитически заданной функции, определенной на луче  $(-\infty; 0]$ .

5. Известно, что функция  $y = f(x)$  убывает на  $\mathbf{R}$ . Решите неравенство

$$f\left(\frac{3x^2 - 7x + 8}{x^2 + 1}\right) > f(2).$$

---

6. Найдите функцию, обратную функции  $y = 3 - x^2$ ,  $x \geq 0$ . Постройте на одном чертеже графики указанных двух взаимно обратных функций.

---

7. Вычислите:  $\frac{1}{1 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 13} + \frac{1}{13 \cdot 19} + \frac{1}{19 \cdot 25} + \dots + \frac{1}{91 \cdot 97}$ .

### Контрольная работа № 2 (1 час)

#### Вариант 3

1. Задаёт ли указанное правило функцию  $y = f(x)$ , если:

$$1) f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & 0 \leq x < 1, \\ 1 + (x-1)^2, & 1 \leq x \leq 2, \\ 2, & x \geq 2; \end{cases} \quad 2) f(x) = \begin{cases} -x^2, & -2 \leq x \leq -1, \\ x+2, & x \geq -1? \end{cases}$$

В случае положительного ответа:

- а) найдите область определения функции;
- б) вычислите значения функции в точках 0; 1,5; 10;
- в) постройте график функции;
- г) найдите промежутки монотонности функции.

2. Исследуйте функцию  $y = x^2|x^3| + x^4$  на четность.

3.  $y = f(x)$  – периодическая функция с периодом  $T = 4$ . Известно, что

$$f(x) = 3 - x^2, \text{ если } -2 < x \leq 2.$$

- а) Постройте график функции;
- б) найдите нули функции;
- в) найдите ее наибольшее и наименьшее значения.

4. Придумайте пример аналитически заданной функции  $y = f(x)$ , определенной при всех  $x \geq 0$ , кроме точки  $x = 2$ .

5. Известно, что функция  $y = f(x)$  возрастает на  $\mathbf{R}$ . Решите неравенство

$$f(|x - 2|) \leq f(|x + 4|).$$

---

6. Найдите функцию, обратную функции  $y = \frac{4x - 5}{2x + 4}$ . Постройте

на одном чертеже графики указанных двух взаимно обратных функций.

---

7. Докажите, что для любого  $n \in \mathbf{N}$  справедливо равенство

$$1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + \dots + n(n+1)(n+2) = \frac{1}{4}n(n+1)(n+2)(n+3).$$

## Контрольная работа № 2 (1 час)

### Вариант 4

1. Задаёт ли указанное правило функцию  $y = f(x)$ :

$$1) f(x) = \begin{cases} x-3, & x \leq 1, \\ -x^2, & 1 \leq x < 3; \end{cases} \quad 2) f(x) = \begin{cases} -x-1, & x \leq -1, \\ \sqrt{x+1}, & -1 < x \leq 0, \\ x^2+1, & 0 \leq x \leq 2? \end{cases}$$

В случае положительного ответа:

а) найдите область определения функции;

б) вычислите значения функции в точках  $-0,75$ ;  $0$ ;  $3$ .

в) постройте график функции;

г) найдите промежутки монотонности функции.

2. Исследуйте функцию  $y = 3x^3 - 4x^5 + \frac{1}{x^2}$  на четность.

3.  $y = f(x)$  – периодическая функция с периодом  $T = 2$ . Известно, что  $f(x) = 1 - |x|$ , если  $-1 < x \leq 1$ .

а) Постройте график функции;

б) найдите нули функции;

в) найдите ее наибольшее и наименьшее значения.

4. Придумайте пример аналитически заданной функции  $y = f(x)$ , определенной при всех  $x \leq 0$ , кроме точки  $x = -2$ .

5. Известно, что функция  $y = f(x)$  убывает на  $\mathbf{R}$ . Решите неравенство

$$f(|2x-3|) \geq f(|x+2|).$$

---

6. Найдите функцию, обратную функции  $y = \frac{2x-4}{x+1}$ . Постройте

на одном чертеже графики указанных двух взаимно обратных функций.

---

7. Докажите, что для любого  $n \in \mathbb{N}$  справедливо равенство

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 + 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 + \dots + n(n+1)(n+2)(n+3) = \frac{1}{5}n(n+1)(n+2)(n+3)(n+4).$$

### Контрольная работа № 2 (1 час)

#### Вариант 5

1. Задаёт ли указанное правило функцию  $y = f(x)$ :

$$1) f(x) = \begin{cases} -2x, & -3 \leq x \leq 0, \\ x^2, & 0 \leq x \leq 1, \\ \frac{1}{x}, & x \geq 1; \end{cases} \quad 2) f(x) = \begin{cases} -x+2, & -4 \leq x \leq 3, \\ \sqrt{x-2}, & x \geq 3? \end{cases}$$

В случае положительного ответа:

а) найдите область определения функции;

б) вычислите значения функции в точках  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ; 1; -3,5;

в) постройте график функции;

г) найдите промежутки монотонности функции.

2. Исследуйте функцию  $y = \frac{x}{|x|} + x^3 + x^2$  на чётность.

3.  $y = f(x)$  – периодическая функция с периодом  $T = 4$ . Известно, что  $y = \sqrt{x}$ , если  $0 \leq x < 4$ .

а) Постройте график функции;

б) найдите нули функции;

в) найдите ее наибольшее и наименьшее значения.

4. Придумайте пример и постройте график аналитически заданной функции, область значений которой состоит из чисел  $\pm 2$ .

5. Известно, что функция  $y = f(x)$  убывает на  $\mathbf{R}$ . Решите неравенство

$$f(|x^2 - 3x + 15|) > f(|x^2 - x|).$$

---

6. Найдите функцию, обратную функции  $y = -2 - (x + 1)^2$ ,  $x \leq -1$ . Постройте на одном чертеже графики указанных двух взаимно обратных функций.

---

7. Докажите, что для любого  $n \in \mathbf{N}$  справедливо равенство

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left( \frac{n(n+1)}{2} \right)^2.$$

## Контрольная работа № 2 (1 час)

### Вариант 6

1. Задаёт ли указанное правило функцию  $y = f(x)$ :

$$1) f(x) = \begin{cases} -x, & -2 < x \leq 1, \\ \sqrt{x}, & 1 \leq x; \end{cases} \quad 2) f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x}, & x \leq -1, \\ x^2, & -1 \leq x \leq 2, \\ \sqrt{x+14}, & 2 \leq x \leq 5. \end{cases}$$

В случае положительного ответа:

а) найдите область определения функции;

б) вычислите значения функции в точках  $-1$ ;  $\frac{\sqrt{10}}{2}$ ;  $7$ ;

в) постройте график функции;

г) найдите промежутки монотонности функции.

2. Исследуйте функцию  $y = x|x| + x^3$  на чётность.

3.  $y = f(x)$  – периодическая функция с периодом  $T = 4$  задана следующим образом:  $y = -\sqrt{x}$ , если  $0 < x \leq 4$ .

а) Постройте график функции;

б) найдите нули функции;

в) найдите её наибольшее и наименьшее значения.

4. Придумайте пример и постройте график аналитически заданной функции, множеством значений которой является луч  $[2; +\infty)$ .

5. Известно, что функция  $y = f(x)$  возрастает на  $\mathbf{R}$ . Решите неравенство

$$f(|x-6|) > f(|x^2 - 5x + 9|)$$

---

6. Найдите функцию, обратную функции  $y = -1 - (x + 2)^2$ ,  $x \leq -2$ .

Постройте на одном чертеже графики указанных двух взаимно обратных функций.

---

7. Докажите, что для любого  $n \in \mathbb{N}$  справедливо равенство

$$1^3 + 3^3 + 5^3 + \dots + (2n-1)^3 = n^2(2n^2 - 1).$$

### Контрольная работа № 3 (1 час)

#### Вариант 1

6. Центр окружности единичного радиуса совпадает с началом координат плоскости  $xOy$ . Принадлежат ли дуге

$$P_1\left(-\frac{5\pi}{6}\right) P_2\left(\frac{\pi}{4}\right) \text{ точки } M_1(-1; 0), M_2(0; -1), M_3\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\right), M_4\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)?$$

7. Вычислите:  $\sin\frac{13\pi}{6}$ ;  $\cos(405^\circ)$ ;  $\operatorname{tg}\left(-\frac{11\pi}{6}\right)$ ;  $\operatorname{ctg}\left(\frac{5\pi}{4}\right)$ .

8. Вычислите  $\operatorname{ctg}(t - 3\pi)$ ;  $\sin(t + 2\pi)$ ;  $\operatorname{tg}(t - \pi)$ , если  $\cos(t + 2\pi) = -\frac{12}{13}$ ,  $\pi < t < \frac{3\pi}{2}$ .

9. Решите неравенство: а)  $\cos t > \frac{1}{2}$ ; б)  $\sin t \leq \frac{1}{2}$ .

10. Постройте график функции  $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 1$ .

11. Исследуйте функцию на четность и периодичность; укажите основной период, если он существует:

а)  $y = \sin x + \cos x$ ;    б)  $y = x^2 + |\sin x|$ .

---

7. Сравните числа  $a = \cos 6$ ,  $b = \cos 7$ .

---

8. Решите неравенство  $|x - 2\pi| \leq \cos x - 1$ .

## Контрольная работа № 3 (1 час)

### Вариант 2

1. Центр окружности единичного радиуса совпадает с началом координат плоскости  $xOy$ . Принадлежат ли дуге

$$P_1\left(-\frac{\pi}{2}\right) P_2\left(\frac{2\pi}{3}\right) \text{ точки } M_1\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\right), M_2(0; 1), M_3\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right), M_4\left(-\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)?$$

2. Вычислите:  $\sin 420^\circ$ ;  $\cos\left(\frac{11\pi}{6}\right)$ ;  $tg\left(\frac{31\pi}{3}\right)$ ;  $ctg(-330^\circ)$ .

3. Вычислите  $\cos(t+4\pi)$ ;  $ctg(t-3\pi)$ ;  $tg(t)$ , если  $\sin(t+2\pi) = -\frac{3}{5}$ ,  $-\frac{\pi}{2} < t < 0$ .

4. Решите неравенство: а)  $\sin t > \frac{\sqrt{3}}{2}$ ; б)  $\cos t \geq -\frac{\sqrt{3}}{2}$

5. Постройте график функции  $y = \cos\left(\frac{\pi}{3} + x\right) - 1$ .

6. Исследуйте функцию на четность и периодичность; укажите основной период, если он существует:

$$\text{а) } y = \sin x + ctgx; \quad \text{б) } y = x^2 + \sin x.$$

---

7. Сравните числа  $a = \sin 7,5$ ,  $b = \cos 7,5$ .

---

8. Решите неравенство  $\sin x \geq \left|x - \frac{\pi}{2}\right| + 1$ .

**Контрольная работа № 3 (1 час)**

**Вариант 3**

1. Центр окружности единичного радиуса совпадает с началом координат плоскости  $xOy$ . Принадлежат ли дуге

$P_1\left(\frac{\pi}{4}\right)$   $P_2\left(\frac{5\pi}{3}\right)$  точки  $M_1(1; 0)$ ,  $M_2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ,  $M_3\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right)$ ,  $M_4\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ?

2. Вычислите:  $\sin 315^\circ$ ;  $\cos\left(\frac{7\pi}{3}\right)$ ;  $\operatorname{tg}\left(-\frac{4\pi}{3}\right)$ ;  $\operatorname{ctg}\left(\frac{29\pi}{2}\right)$ .

3. Вычислите  $\cos(t - 2\pi)$ ;  $\sin(-t + 4\pi)$ ;  $\operatorname{tg}(t - \pi)$ , если  $\operatorname{ctg}(t + \pi) = 3$ ,  $\pi < t < \frac{3\pi}{2}$ .

4. Решите неравенство: а)  $\sin t \geq -\frac{\sqrt{3}}{2}$ ; б)  $\cos t < -\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

5. Постройте график функции  $y = \sin\left(\frac{\pi}{6} + x\right) + 1$ .

6. Исследуйте функцию на четность и периодичность; укажите основной период, если он существует:

а)  $y = \cos x + |\operatorname{ctg} x|$ ; б)  $y = x^3 + x^5 + \sin 2x$ .

---

7. Расположите в порядке возрастания следующие числа:

$$\cos 7,5; \sin 6; \cos 6.$$

---

8. При каком значении параметра  $a$  уравнение  $|\sin x| = -x^2 + a$  имеет единственный корень? Чему он равен?

### Контрольная работа № 3 (1 час)

#### Вариант 4

1. Центр окружности единичного радиуса совпадает с началом координат плоскости  $XOY$ . Принадлежат ли дуге

$$P_1\left(-\frac{2\pi}{3}\right) P_2(\pi) \text{ точки } M_1(1; 0), M_2\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right), M_3(-1; 0), M_4\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)?$$

2. Вычислите:  $\sin\left(-\frac{49\pi}{2}\right); \cos\left(-\frac{19\pi}{2}\right); \operatorname{tg}\left(\frac{7\pi}{6}\right); \operatorname{ctg}(225^\circ)$ .

3. Вычислите:  $\cos(t - 2\pi); \operatorname{ctg}(-t); \sin(t)$ , если  $\operatorname{tg}(t) = -\frac{\sqrt{5}}{2}$ ,  $\frac{\pi}{2} < t < \pi$ .

4. Решите неравенство: а)  $\sin t \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$ ; б)  $\cos t > -\frac{1}{2}$ .

5. Постройте график функции  $y = \cos\left(-\frac{\pi}{3} + x\right) - 1$ .

6. Исследуйте функцию на четность и периодичность; укажите основной период, если он существует:

а)  $y = \sin 2x + \cos x$ ;    б)  $y = \frac{x^4}{3} + \sin x$ .

---

7. Расположите в порядке возрастания следующие числа:

$\cos 3$ ;  $\sin 2$ ;  $\sin 3$ .

---

8. При каком значении параметра  $a$  уравнение  $\cos x = x^2 + a$  имеет единственный корень? Чему он равен?

### Контрольная работа № 3 (1 час)

#### Вариант 5

1. Центр окружности единичного радиуса совпадает с началом координат плоскости  $ХОУ$ . Принадлежат ли дуге

$P_1\left(\frac{5\pi}{3}\right)$   $P_2\left(\frac{9\pi}{4}\right)$  точки  $M_1(-1; 0)$ ,  $M_2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right)$ ,  $M_3\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ,  $M_4(0; 1)$ ?

2. Вычислите:  $\sin\left(\frac{5\pi}{3}\right)$ ;  $\cos(420^\circ)$ ;  $tg\left(-\frac{9\pi}{4}\right)$ ;  $ctg\left(\frac{34\pi}{3}\right)$ .

3. Вычислите:  $\cos(t + 6\pi)$ ;  $tg(t - 3\pi)$ ;  $\sin(t)$ , если  $ctg^2(t) = \frac{4}{9}$ ,  $\frac{\pi}{2} < t < \pi$ .

4. Решите неравенство: а)  $\sin 2t > -\frac{\sqrt{2}}{2}$ ; б)  $\cos t \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

5. Постройте график функции  $y = -\cos\left(-\frac{\pi}{4} + x\right) + 2$ .

6. Исследуйте функцию на четность и периодичность; укажите основной период, если он существует:

а)  $y = |\operatorname{tg}x| + \cos x$ ;    б)  $y = \frac{\cos x}{x} + \sin 3x + x^3$

---

7. Расположите в порядке убывания следующие числа:

$\cos 10$ ;  $\sin 10$ ;  $\cos 1$ ;  $\sin 1$ .

---

8. При каком значении параметра  $a$  неравенство  $a - |\cos x| \geq \left(x - \frac{\pi}{2}\right)^2$

имеет единственное решение? Найдите это решение.

## Контрольная работа № 3 (1 час)

### Вариант 6

1. Центр окружности единичного радиуса совпадает с началом координат плоскости  $XOY$ . Принадлежат ли дуге

$$P_1\left(-\frac{2\pi}{3}\right) P_2\left(\frac{3\pi}{4}\right) \text{ точки} \quad M_1\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right), M_2\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right), M_3\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\right), M_4(-1; 0) ?$$

2. Вычислите:  $\sin(315^\circ)$ ;  $\cos\left(\frac{5\pi}{3}\right)$ ;  $\operatorname{tg}(-240^\circ)$ ;  $\operatorname{ctg}\left(-\frac{40\pi}{3}\right)$ .

3. Вычислите:  $\cos(t-4\pi)$ ;  $\operatorname{ctg}(t+3\pi)$ ;  $\sin(t+2\pi)$ , если  $\operatorname{tg}^2(t) = 49$ ,  $\frac{\pi}{2} < t < \pi$ .

4. Решите неравенство: а)  $\cos 3t < -\frac{\sqrt{2}}{2}$ ; б)  $\sin t \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

5. Постройте график функции  $y = -\sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) - 2$ .

6. Исследуйте функцию на четность и периодичность; укажите основной период, если он существует:

$$\text{а) } y = |\sin x| + \cos x; \quad \text{б) } y = \operatorname{tg} x + x^3 + 5$$

---

7. Расположите в порядке возрастания следующие числа:

$$\cos 5; \sin 5; \cos 4, \sin 4.$$

---

8. При каком значении параметра  $a$  неравенство  $|\sin x| \leq -x^2 + a$  имеет единственное решение? Найдите это решение.

## Контрольная работа № 4 (2 часа)

### Вариант 1

1. Вычислите: а)  $5 \arccos \frac{1}{2} + 3 \arcsin \left( -\frac{\sqrt{2}}{2} \right)$ ; б)  $\sin \left( 4 \arccos \left( -\frac{1}{2} \right) - 2 \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{3} \right)$ .
2. Постройте график функции  $y = 2 \sin 3x$ .
3. Решите уравнение: а)  $6 \sin^2 x + 5 \cos x - 7 = 0$ ;  
б)  $2 \sin^2 x + \sin x \cos x - 3 \cos^2 x = 0$ .
4. Найдите корни уравнения  $\sin \left( 3x - \frac{\pi}{6} \right) = \frac{1}{2}$ , принадлежащие промежутку  $[-2\pi; \pi)$ .
5. Постройте график функции  $y = \arcsin(x+1) - 1$ .

---

6. Решите систему неравенств: а)  $\begin{cases} \cos x < \frac{\sqrt{3}}{2}, \\ \cos x \geq -\frac{1}{2}; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} \cos x \geq 0, \\ \sin x < -\frac{\sqrt{2}}{2}. \end{cases}$

---

7. Решите уравнение  $\arcsin(3x^2 - 1) = \arcsin(10x - 4)$ .

## Контрольная работа № 4 (2 часа)

### Вариант 2

1. Вычислите: а)  $\frac{1}{2} \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} - 2 \arccos \left(-\frac{1}{2}\right)$ ; б)  $\sin \left(2 \arccos \left(\frac{1}{2}\right) + 3 \operatorname{arctg} \sqrt{3}\right)$ .
  2. Постройте график функции  $y = \frac{1}{2} \cos 3x$ .
  3. Решите уравнение: а)  $2 \sin x - 3 \cos^2 x + 2 = 0$ ;  
б)  $5 \sin^2 x - 3 \sin x \cos x - 2 \cos^2 x = 0$ .
  4. Найдите корни уравнения  $\cos\left(4x + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ , принадлежащие промежутку  $[-\pi; \pi)$ .
  5. Постройте график функции  $y = \arccos(x-1) + 1$ .
- 
6. Решите систему неравенств: а)  $\begin{cases} \sin x \leq 0, \\ \sin x > -\frac{\sqrt{3}}{2}; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} \cos x > -\frac{\sqrt{2}}{2}, \\ \sin x < \frac{\sqrt{3}}{2}. \end{cases}$
- 
7. Решите уравнение  $\arccos(2x^2 - 1) = \arccos(3x + 1)$ .

**Контрольная работа № 4 (2 часа)**

**Вариант 3**

1. Вычислите: а)  $\frac{1}{2} \arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - 4 \arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ; б)  $\operatorname{tg}\left(5 \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{1}{4} \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ .

2. Постройте график функции  $y = \frac{1}{2} \sin \frac{1}{2} x$ .

3. Решите уравнение: а)  $3 \sin^2 2x + 2 \sin 2x - 1 = 0$ ;

б)  $4 \sin^2 x + \sin x \cos x - 3 \cos^2 x = 0$ .

4. Найдите корни уравнения  $\sin\left(\frac{4x}{3} + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$ , принадлежащие промежутку  $[-2\pi; 2\pi)$ .

5. Постройте график функции  $y = 2 \arcsin\left(x - \frac{1}{2}\right)$ .

---

6. Решите систему неравенств: а)  $\begin{cases} \sin x \leq \frac{\sqrt{3}}{2}, \\ \cos x > -\frac{1}{7}; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} \operatorname{ctg} x > -1, \\ \cos x \leq \frac{3}{5}. \end{cases}$

---

7. Решите уравнение  $\arcsin \sqrt{x-5} = \arcsin(3 - \sqrt{10-x})$ .

Контрольная работа № 4 (2 часа)

Вариант 4

1. Вычислите: а)  $2\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) - \frac{1}{3}\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)$ ; б)  $\operatorname{ctg}\left(2\arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \arccos\left(-\frac{1}{2}\right)\right)$ .

2. Постройте график функции  $y = \frac{1}{2}\cos\frac{1}{3}x$ .

3. Решите уравнения: а)  $6\sin^2 2x - \sin 2x - 1 = 0$ ;

б)  $\sin^2 x - 2\sin x \cos x - 3\cos^2 x = 0$ .

4. Найдите корни уравнения  $\cos\left(\frac{4x}{3} - \frac{3\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , принадлежащие промежутку  $[-2\pi; 2\pi)$ .

5. Постройте график функции  $y = \frac{1}{3}\arccos(x+1)$ .

---

6. Решите систему неравенств: а)  $\begin{cases} \cos x \leq \frac{1}{2}, \\ \sin x > -\frac{2}{3}; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} \operatorname{tg} x \leq \sqrt{3}, \\ \sin x > \frac{1}{3}. \end{cases}$

---

7. Решите уравнение  $\arccos\sqrt{4-x} = \arccos(3-\sqrt{5+x})$ .

## Контрольная работа № 4 (2 часа)

### Вариант 5

1. Вычислите: а)  $2\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \sin\arccos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ; б)  $\operatorname{tg}\left(\frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{3}}{3} - 3\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right)$ .

2. Постройте график функции  $y = \frac{1}{3}\sin 3\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + 1$ .

3. Решите уравнения: а)  $4\sin^2 x + \cos x - \frac{7}{2} = 0$ ;

б)  $3\sin^2 x - 4\sin x \cos x + 5\cos^2 x = 2$ .

4. Найдите корни уравнения  $\sin\left(\frac{3x}{5} - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ , принадлежащие промежутку  $[-2; 9)$ .

5. Постройте график функции  $y = \frac{1}{2}\operatorname{arctg}(x-1)$ .

---

6. Решите систему неравенств: а)  $\begin{cases} \sin x \geq \frac{1}{3}, \\ \cos x < \frac{7}{8}; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} \sin x \leq \frac{\sqrt{3}}{2}, \\ \operatorname{tg}^2 x + \operatorname{ctg}^2 x > 2. \end{cases}$

---

7. Решите уравнение  $\arcsin 3x = \arccos 4x$ .

## Контрольная работа № 4 (2 часа)

### Вариант 6

1. Вычислите: а)  $2 \arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \operatorname{arccos}\sin\left(\frac{1}{2}\right)$ ; б)  $\operatorname{ctg}\left(\frac{1}{4} \operatorname{arctg}\sqrt{3} - \arccos\left(-\frac{1}{2}\right)\right)$ .

2. Постройте график функции  $y = \frac{1}{2} \cos 2\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 1$ .

3. Решите уравнение: а)  $36 \sin^2 x + 36 \cos x - 29 = 0$ ;

б)  $2 \sin^2 x - 5 \sin x \cos x - \cos^2 x = -2$ .

4. Найдите корни уравнения  $\sin\left(\frac{4x}{5} + \frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$ , принадлежащие промежутку  $[-8; 12)$ .

5. Постройте график функции  $y = 2 \operatorname{arccotg}(x+1)$ .

---

6. Решите систему неравенств: а)  $\begin{cases} \sin x < \frac{1}{2}, \\ \cos x \geq -\frac{1}{3}; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} \cos x < -\frac{\sqrt{2}}{2}, \\ \frac{1}{\operatorname{tg}^2 x} + \frac{1}{\operatorname{ctg}^2 x} \geq 2. \end{cases}$

---

7. Решите уравнение  $\arcsin x = \arccos\sqrt{1-x}$ .

## Контрольная работа № 5 (2 часа)

### Вариант 1

12. Докажите тождество:

а)  $\frac{1 - \cos 2x}{1 + \cos 2x} = \operatorname{tg}^2 x,$

б)  $\cos x + \cos 2x + \cos 6x + \cos 7x = 4 \cos \frac{x}{2} \cos \frac{5x}{2} \cos 4x.$

13. Упростите выражение  $\frac{\sin x}{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right)(1 + \sin x)}.$

14. Вычислите  $2 \sin 3x \cos 5x - \sin 8x,$  если  $\sin x - \cos x = 0,9.$

15. Найдите  $\cos^2 \frac{x}{2},$  если  $\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = -\frac{1}{\sqrt{15}}, x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right).$

16. Найдите корни уравнения  $\sin 8x \cos 2x = \sin 7x \cos 3x,$  принадлежащие промежутку  $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right].$

17. Решите уравнение: а)  $\sqrt{2} \sin x - \sqrt{2} \cos x = \sqrt{3};$

б)  $\sin 2x + 2 \operatorname{ctgx} = 3.$

---

7. Вычислите  $\operatorname{tg}\left(\arcsin\left(-\frac{3}{5}\right) + \arccos\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right).$

---

8. Решите уравнение  $5 \sin 2x - 11(\sin x + \cos x) + 7 = 0$ .

### Контрольная работа № 5 (2 часа)

#### Вариант 2

1. Докажите тождество:

а)  $\frac{\cos 2x + \sin^2 x}{\sin 2x} = \frac{1}{2} \operatorname{ctgx},$

б)  $\sin 9x + \sin 10x + \sin 11x + \sin 12x = 4 \cos \frac{x}{2} \cos x \sin \frac{21x}{2}.$

2. Упростите выражение  $1 + \frac{\cos 4x}{\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{4} - 2x\right)}.$

3. Вычислите  $2 \sin 5x \cos 3x - \sin 8x$ , если  $\sin x + \cos x = \sqrt{0,6}.$

4. Найдите  $\sin^2 \frac{x}{2}$ , если  $\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = 2\sqrt{6}$ ,  $x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right).$

5. Найдите корни уравнения  $\sin 10x \sin 2x = \sin 8x \sin 4x,$

принадлежащие промежутку  $\left[-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}\right].$

6. Решите уравнение: а)  $\sqrt{3} \sin x + \cos x = \sqrt{2};$

б)  $\sin 2x + \operatorname{tg} x = 2.$

---

7. Вычислите  $ctg\left(\arccos\left(-\frac{4}{5}\right) + \operatorname{arctg}(-1)\right)$ .

---

8. Решите уравнение  $-5\sin 2x - 16(\sin x - \cos x) + 8 = 0$ .

**Контрольная работа № 5 (2 часа)**

**Вариант 3**

1. Докажите тождество:

а)  $\frac{2\sin x - \sin 2x}{2\sin x + \sin 2x} = \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}$ ,

б)  $\cos 2x - \cos 3x - \cos 4x + \cos 5x = -4\sin \frac{x}{2} \cos \frac{7x}{2} \sin x$ .

2. Упростите выражение  $\operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ .

3. Вычислите  $2\sin 3x \sin 2x + \cos 5x$ , если  $\cos \frac{x}{2} = \sqrt{0,6}$ .

4. Найдите  $\operatorname{ctg} 2\left(\frac{\pi}{4} + x\right)$ , если  $\sin x = -\frac{15}{17}$ ,  $x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$ .

5. Найдите корни уравнения  $\sin 5x + \sin x = \sqrt{3} \cos 2x$ , принадлежащие промежутку  $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right]$ .

6. Решите уравнение: а)  $\sqrt{3} \sin 2x + \cos 2x = \sqrt{3}$ ;

б)  $1 + \cos x = \operatorname{ctg} \frac{x}{2}$ .

---

7. Вычислите  $\sin\left(\operatorname{arctg} \frac{1}{2} - \operatorname{arcctg}(-\sqrt{3})\right)$ .

---

8. Решите уравнение  $\sqrt{1 - 2\sin 4x} = -\sqrt{6} \cos 2x$ .

**Контрольная работа № 5 (2 часа)**

**Вариант 4**

1. Докажите тождество:

а)  $\cos 2x + \operatorname{tg}^2 x \cos 2x - 1 = -\operatorname{tg}^2 x$ ,

б)  $\sin 4x - \sin 5x - \sin 6x + \sin 7x = -4 \sin \frac{x}{2} \sin x \sin \frac{11x}{2}$ .

2. Упростите выражение  $\operatorname{tg}\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{4}\right) + \operatorname{tg}\left(\frac{x}{3} - \frac{\pi}{4}\right)$ .

3. Вычислите  $2 \cos 3x \cos 4x - \cos 7x$ , если  $\cos \frac{x}{2} = \sqrt{0,8}$ .

4. Найдите  $\operatorname{tg} 2x$ , если  $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \frac{12}{13}$ ,  $x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$ .

5. Найдите корни уравнения  $\cos 5x - \cos 9x + \sqrt{3} \sin 2x = 0$ , принадлежащие промежутку  $\left[0; \frac{\pi}{3}\right]$ .

6. Решите уравнение: а)  $\sqrt{3} \sin 3x + \cos 3x = 1$ ;

б)  $2 + \cos x = 2 \operatorname{tg} \frac{x}{2}$ .

---

7. Вычислите  $\cos\left(\operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{3}} + \operatorname{arccotg}(-3)\right)$ .

---

8. Решите уравнение  $\sqrt{1 - 3 \sin 6x} = -2\sqrt{2} \cos 3x$ .

## Контрольная работа № 5 (2 часа)

### Вариант 5

1. Докажите тождество:

$$\text{а) } \frac{1 + \sin x + \cos x}{1 + \sin x - \cos x} = \operatorname{ctg} \frac{x}{2},$$

$$\text{б) } \frac{\cos 3x + \cos 4x + \cos 5x}{\sin 3x + \sin 4x + \sin 5x} = \operatorname{ctg} 4x.$$

2. Упростите выражение  $\operatorname{tg}\left(x - \frac{5\pi}{4}\right) \cdot 2\sin^2\left(x + \frac{5\pi}{4}\right)$ .

3. Вычислите  $2\cos 5x \sin 7x - \sin 12x$ , если  $\sin x - \cos x = 0,4$ .

4. Найдите  $\cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right)$ , если  $\operatorname{tg}\left(\frac{5\pi}{2} - x\right) = -\sqrt{2}$ ,  $x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ .

5. Найдите корни уравнения  $\cos 8x + \sin\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right) = 3\sin(4\pi + 5x)$ , принадлежащие промежутку  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ .

6. Решите уравнение: а)  $2\sin x = 2\cos x + \sqrt{6}$ ;

$$\text{б) } 1 - \cos \frac{x}{2} = \operatorname{tg} \frac{x}{4}.$$

---

7. Вычислите:  $\cos\left(\operatorname{arctg}\left(-\frac{3}{4}\right) + \operatorname{arcctg}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\right)$ .

---

8. Решите уравнение  $\cos x \cos 2x \cos 4x \cos 8x = \frac{1}{16}$ .

**Контрольная работа № 5 (2 часа)**

**Вариант 6**

1. Докажите тождество:

$$\text{a) } \frac{1 + 2 \cos x + \cos 2x}{1 + \cos 2x - 2 \cos x} = -\operatorname{ctg}^2 \frac{x}{2},$$

$$\text{б) } \frac{\sin 2x - \sin 3x + \sin 4x}{\cos 2x - \cos 3x + \cos 4x} = \operatorname{tg} 3x.$$

2. Упростите выражение  $\operatorname{ctg}\left(\frac{3x}{2} + \frac{5\pi}{4}\right) \cdot (1 - \sin(3x - \pi))$ .

3. Вычислите  $2 \sin 5x \cos 7x - \sin 12x$ , если  $\sin x + \cos x = 0,3$ .

4. Найдите  $\cos\left(\frac{x}{2} - 4\pi\right)$ , если  $\operatorname{ctg}\left(\frac{5\pi}{2} + x\right) = \frac{\sqrt{5}}{2}$ ,  $x \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$ .

5. Найдите корни уравнения  $\sin 8x + \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) = 3 \sin 5x$ , принадлежащие промежутку  $[0; \pi]$ .

6. Решите уравнение: а)  $\sqrt{2} \sin x = 2 - \sqrt{2} \cos x$ ;

$$\text{б) } 2\left(\operatorname{tg} \frac{x}{2} - 1\right) = \cos x.$$

---

7. Вычислите  $\sin\left(\operatorname{arccctg}\left(-\frac{4}{3}\right) + \arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right)$ .

---

8. Решите уравнение  $\cos x \cos 2x \cos 4x \cos 8x = \frac{1}{8} \cos 15x$ .

## Контрольная работа № 6 (1 час)

### Вариант 1

18. Вычислите:

$$\text{а) } (5+i)(-2+3i), \quad \text{б) } \frac{4i}{1+i}.$$

19. Изобразите на комплексной плоскости:

а) середину отрезка, соединяющего точки  $1+2i$ ;  $3+2i$ ;

б) множество точек  $z$ , удовлетворяющих условию  $\arg z = \frac{\pi}{4}$ ; в) множество точек  $z$ , удовлетворяющих условию

$$|z| \leq 3.$$

20. Запишите комплексное число в стандартной тригонометрической форме: а)  $6-6i$ , б)  $-4-3i$ .

21. Решите уравнение  $x^2 - 2x + 2 = 0$ .

22. Вычислите  $\left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right)^4$ .

---

6. Решите уравнение  $z^2 + 3 + 4i = 0$ .

---

7. Найдите множество точек, изображающих комплексные числа, удовлетворяющие условиям:  $\begin{cases} |z - i| \leq 1, \\ |z + 1| < 1. \end{cases}$

**Контрольная работа № 6 (1 час)**

**Вариант 2**

1. Вычислите:

а)  $(3 + 4i)(6 - 5i)$ ,    б)  $\frac{5 + i}{-4 + 3i}$ .

2. Изобразите на комплексной плоскости:

а) середину отрезка, соединяющего точки  $2 - 2i$ ;  $5 - 2i$ ;

б) множество точек  $z$ , удовлетворяющих условию  $\arg z = \frac{2\pi}{3}$ ;

в) множество точек  $z$ , удовлетворяющих условию  $|z| \geq 2$ .

3. Запишите комплексное число в стандартной тригонометри-

ческой форме: а)  $\sqrt{3} - i$ , б)  $3 - 4i$ .

4. Решите уравнение  $x^2 + 2x + 4 = 0$ .

5. Вычислите  $(1 - i)^6$ .

---

6. Решите уравнение  $z^2 - 5 + 12i = 0$ .

---

7. Найдите множество точек, изображающих комплексные числа, удовлетворяющие условиям: 
$$\begin{cases} |z + i| \leq 1, \\ |z - 1| < 1. \end{cases}$$

## Контрольная работа № 6 (1 час)

### Вариант 3

1. Вычислите: а)  $(7 - 2i)(3,5 - i)$ , б)  $\frac{7 - i}{3 + i}$ .

2. Изобразите на комплексной плоскости:

а) середину отрезка, соединяющего точки  $-1 - 2i$ ;  $-3 - 4i$ ;

б) множество точек  $z$ , удовлетворяющих условию  $\arg z = -\frac{3\pi}{4}$ ;

в) множество точек  $z$ , удовлетворяющих условию  $|z| \geq 1$ .

3. Запишите комплексное число в стандартной тригонометрической форме: а)  $2 + 2\sqrt{3}i$ , б)  $-3 - 2i$ .

4. Решите уравнение  $4x^2 + 4x + 5 = 0$ .

5. Вычислите  $(1 + i)^{10}$ .

---

6. Решите уравнение  $z^2 + iz + 1 - 3i = 0$ .

---

7. Найдите множество точек, изображающих комплексные числа, удовлетворяющие условиям: 
$$\begin{cases} |z + 2i| \geq 2, \\ |z - 2| \leq 2. \end{cases}$$

## Контрольная работа № 6 (1 час)

### Вариант 4

1. Вычислите: а)  $(0,5 + i)(1 + 2i)$ , б)  $\frac{2 - i}{1 + i}$ .

2. Изобразите на комплексной плоскости:

а) середину отрезка, соединяющего точки  $3 - 4i$ ;  $7 - 6i$ ;

б) множество точек  $z$ , удовлетворяющих условию  $\arg z = -\frac{\pi}{6}$ ;

в) множество точек  $z$ , удовлетворяющих условию  $|z| \leq 4$ .

3. Запишите комплексное число в стандартной тригонометрической форме:

а)  $\sqrt{3} + i$ , б)  $2 - 3i$ .

4. Решите уравнение  $x^2 - 14x + 74 = 0$ .

5. Вычислите  $(1 - i\sqrt{3})^6$ .

---

6. Решите уравнение  $z^2 + z + 1 + i = 0$ .

---

7. Найдите множество точек, изображающих комплексные числа, удовлетворяющие условиям: 
$$\begin{cases} |z + 3| \geq 3, \\ |z - 2i| \leq 2. \end{cases}$$

## Контрольная работа № 6 (1 час)

### Вариант 5

1. Вычислите: а)  $(\sqrt{2} - i)(\sqrt{3} + 2i)$ , б)  $\frac{6-i}{3+4i}$ .

2. Изобразите на комплексной плоскости:

а) точки пересечения отрезка, соединяющего точки  $-1 + 3i$ ;  $4 - 2i$ , с координатными осями;

б) множество точек  $z$ , удовлетворяющих условию  $\arg z = -\frac{\pi}{2}$ ;

в) множество точек  $z$ , удовлетворяющих условию  $2 < |z| < 3$ .

3. Запишите комплексное число в стандартной тригонометрической форме:

а)  $4 - 4\sqrt{3}i$ , б)  $-4 + 3i$ .

4. Решите уравнение  $x^2 + 2x + 3 = 0$ .

5. Вычислите  $\left(\frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}\right)^6$ .

---

6. Решите уравнение  $z^2 - (3 + 2i)z + 5 + i = 0$ .

---

7. Дана точка  $z_0 = 3 - 4i$ . Изобразите множество точек  $z$  для которых выполняются условия:  $\begin{cases} |z - z_0| \geq 1, \\ |z - z_0| < 3. \end{cases}$

## Контрольная работа № 6 (1 час)

### Вариант 6

1. Вычислите: а)  $(\sqrt{3} + 5i)(5 - \sqrt{3}i)$ , б)  $\frac{9-7i}{2-3i}$ .

2. Изобразите на комплексной плоскости:

а) точки пересечения отрезка, соединяющего точки  $-3 - i$ ;  $1 + 3i$ , с координатными осями;

б) множество точек  $z$ , удовлетворяющих условию  $\arg z = -\frac{5\pi}{6}$ ;

в) множество точек  $z$ , удовлетворяющих условию  $1 < |z| < 2$ .

3. Запишите комплексное число в стандартной тригонометрической форме: а)  $3\sqrt{3} - 3i$ , б)  $12i - 5$ .

4. Решите уравнение  $x^2 + 5x + 9 = 0$ .

5. Вычислите  $(2 + i\sqrt{12})^5$ .

---

6. Решите уравнение  $z^2 - (4 + 3i)z + 1 + 5i = 0$ .

---

7. Дана точка  $z_0 = -4 - 5i$ . Изобразите множество точек  $z$  для которых выполняются условия: 
$$\begin{cases} |z - z_0| > 1, \\ |z - z_0| \leq 4. \end{cases}$$

## Контрольная работа № 7 (1 час)

### Вариант 1

23. Напишите первый, тридцатый и сотый члены последовательности, если ее  $n$ -й член задается формулой  $x_n = \frac{3n-6}{10}$ .

24. Исследуйте последовательность  $x_n = \frac{2n+30}{n}$  на ограниченность

и на монотонность.

25. Вычислите: а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 2n + 2}{3n^2 + 6n + 12}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 3x}$ .

26. Пользуясь определением, выведите формулу дифференцирования

функции  $y = \frac{1}{x^3}$ .

27. Пользуясь правилами и формулами дифференцирования, найдите производную функции:

$$а) y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 4x - 5; \quad б) y = \sqrt{x} + \sin \frac{x}{2} + x^2 \operatorname{tg} 2x; \quad в) y = \frac{1 - \cos x}{1 + \sin x}.$$

6. Напишите уравнение касательной к графику функции  $y = \sin^2 x$  в точке

$$x = -\frac{\pi}{4}.$$

---

7. Докажите, что функция  $y = \sqrt{2x}$  удовлетворяет соотношению

$$\frac{1}{y^3} + y'' = 0.$$

---

8. Найдите площадь треугольника, образованного осями координат и касательной к графику функции  $y = \frac{x}{2x-1}$  в точке  $x = -1$ .

### Контрольная работа № 7 (1 час)

#### Вариант 2

1. Напишите первый, тридцатый и сотый члены последовательности, если ее  $n$ -й член задается формулой  $x_n = \frac{2n+5}{3}$ .
2. Исследуйте последовательность  $x_n = \frac{3n-1}{n}$  на ограниченность и на монотонность.
3. Вычислите: а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - n + 7}{6n^2 + 8n + 2}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3}$ .
4. Пользуясь определением, выведите формулу дифференцирования

функции  $y = \frac{1}{x^2}$ .

5. Пользуясь правилами и формулами дифференцирования, найдите производную функции:

$$a) y = \frac{x^5}{5} - \frac{2}{3}x^3 + x - 7; \quad б) y = \sqrt{x} - \operatorname{tg} \frac{x}{2} + x^2 \cos 2x; \quad в) y = \frac{1 + \sin x}{1 - \cos x}.$$

6. Напишите уравнение касательной к графику функции  $y = \cos^2 x$

в точке  $x = \frac{\pi}{4}$ .

---

7. Докажите, что функция  $y = \sqrt{\frac{x}{2}}$  удовлетворяет соотношению

$$4(y')^3 + y'' = 0.$$

---

8. Найдите площадь треугольника, образованного осями координат

и касательной к графику функции  $y = \frac{2}{x} - \frac{8}{x^3} + x$  в точке  $x = 2$ .

**Контрольная работа № 7 (1 час)**

**Вариант 3**

1. Напишите первый, тридцатый и сотый члены последовательности, если

ее  $n$ -й член задается формулой  $x_n = \frac{1+(-1)^n}{2}$ .

2. Исследуйте последовательность  $x_n = \frac{2n^2 - 1}{n^2}$  на ограниченность и на монотонность.

3. Вычислите:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10n^3 + n - 5}{2n^3 - 5n + 4}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1}$ .

4. Пользуясь определением, выведите формулу дифференцирования функции  $y = \sqrt{1+2x}$ .

5. Пользуясь правилами и формулами дифференцирования, найдите производную функции:

а)  $y = \frac{3}{\sqrt[3]{x}} - \frac{2}{\sqrt{x}}$ ; б)  $y = \sqrt{x} \operatorname{tg} x$ ; в)  $y = \sqrt[4]{1 + \cos^2 2x}$ .

6. Найдите угол, образованный касательной к графику функции  $y = \frac{1}{2}x^2$

в точке с абсциссой  $x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ , с осью абсцисс.

---

7. Докажите, что функция  $y = -5 \cos 2x$  удовлетворяет соотношению

$$\left(\frac{y'''}{40}\right)^2 + \left(\frac{y}{5}\right)^2 = 1.$$

---

8. Найдите значение параметра  $a$ , при котором касательная к графику функции  $y = a \sin x + a$  в точке с абсциссой  $x = \frac{\pi}{6}$  параллельна прямой  $y = x$ . Напишите уравнение этой касательной.

### Контрольная работа № 7 (1 час)

#### Вариант 4

1. Напишите первый, тридцатый и сотый члены последовательности, если ее  $n$ -й член задается формулой  $x_n = 5 + 5(-1)^n$ .
2. Исследуйте последовательность  $x_n = \frac{n^2 + 3}{2n^2}$  на ограниченность и на монотонность.
3. Вычислите: а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-7n^4 + 6n^2 - 1}{8n^4 - n + 6}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}$ .
4. Пользуясь определением, выведите формулу дифференцирования функции  $y = \sqrt{1 - 3x}$ .
5. Пользуясь правилами и формулами дифференцирования, найдите

производную функции:

$$a) y = \frac{8}{\sqrt[4]{x}} - \frac{6}{\sqrt[3]{x}}; \quad б) y = \sqrt{x} \cos x; \quad в) y = \sqrt[3]{1 + \sin^2 6x}.$$

28. Найдите угол, образованный касательной к графику функции

$$y = 5 - \frac{1}{2}x^2 \text{ в точке с абсциссой } x = -\sqrt{3}, \text{ с осью абсцисс.}$$

---

29. Докажите, что функция  $y = 3 \sin 3x$  удовлетворяет соотношению

$$\left( \frac{y'''}{27} \right)^2 = 9 - y^2$$

---

8. Найдите значения параметра  $a$ , при которых касательная к графику функции  $y = \cos 7x + 7 \cos x$  в точке с абсциссой  $a$  параллельна касательной к этому графику в точке с абсциссой  $\frac{\pi}{6}$ .

### Контрольная работа № 7 (1 час)

#### Вариант 5

1. Напишите первый, тридцатый и сотый члены последовательности, если

ее  $n$ -й член задается формулой  $x_n = 7 \cos n\pi$ .

2. Исследуйте последовательность  $x_n = \frac{(-1)^n n + n^2}{n^2}$  на ограниченность

и на монотонность.

3. Вычислите: а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1)(n+5)}{n^2 + n + 1}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^3 + 64}{x + 4}$ .

4. Пользуясь определением, выведите формулу дифференцирования функции  $y = \sqrt{1+x^2}$ .

5. Пользуясь правилами и формулами дифференцирования, найдите производную функции:

$$а) y = \left(1 - \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^2; \quad б) y = \frac{\cos x}{1 + 2 \sin x}; \quad в) y = \sqrt{4x + \sin 4x} + x^2 \cos x.$$

6. Найдите абсциссу точки графика функции  $y = x^2 - 2x + 5$ , в которой касательная к нему параллельна прямой  $y - 2x = 0$ .

---

7. Дана функция  $y = f(x)$ . Найдите  $f''\left(\frac{1}{4}\right)$ , если  $f(x) = \arcsin 2x$ .

---

8. Найдите площадь треугольника, образованного осью ординат и двумя касательными, к графику функции  $y = x^2 + 4x + 3$ , проведенными из

точки  $A(-2; 5)$

## Контрольная работа № 7 (1 час)

### Вариант 6

1. Напишите первый, тридцатый и сотый члены последовательности, если ее  $n$ -й член задается формулой  $x_n = \sin n\pi$ .

2. Исследуйте последовательность  $x_n = \frac{2n^2 - (-1)^n n}{n^2}$  на ограниченность и на монотонность.

3. Вычислите: а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)(n^2+1)}{n^2(3n+7)}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^4 - 16}{x + 2}$ .

4. Пользуясь определением, выведите формулу дифференцирования функции  $y = \sqrt{2 - x^2}$ .

5. Пользуясь правилами и формулами дифференцирования, найдите производную функции:

$$а) y = \left(1 + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^2; \quad б) y = \frac{\cos x}{1 - 3 \sin x}; \quad в) y = \sqrt{2x - \cos 2x} + x^2 \operatorname{tg} x.$$

6. Найдите абсциссу точки графика функции  $y = x^2 - 3x + 2$ , в которой

касательная к нему параллельна прямой  $2x + y = 0$ .

---

7. Дана функция  $y = f(x)$ . Найдите  $f''(-1)$ , если  $f(x) = \arccos \frac{x}{2}$ .

---

8. Найдите площадь треугольника, образованного осью ординат и двумя касательными, к графику функции  $y = x^2 - 4x + 3$ , проведенными из точки  $A(2; -5)$

### Контрольная работа № 8 (2 часа)

#### Вариант 1

30. Исследуйте функцию  $y = \frac{x^2}{x-2}$  на монотонность и экстремумы.

31. Постройте график функции  $y = 3x^2 - x^3$ .

32. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции  $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 1$

на отрезке  $[-1; 1]$ .

33. В полукруг радиуса 6 см вписан прямоугольник. Чему равна его наибольшая площадь?

---

34. Докажите, что при  $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$  справедливо неравенство  $\cos x + x \sin x > 1$ .

---

35. При каких значениях параметра  $a$  функция

$y = 2ax^3 + 9x^2 + 54ax + 66$  убывает на всей числовой прямой?

**Контрольная работа № 8 (2 часа)**

**Вариант 2**

1. Исследуйте функцию  $y = \frac{3 - x^2}{x + 2}$  на монотонность и экстремумы.

2. Постройте график функции  $y = x^3 - x^2$ .

3. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции  $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 1$  на отрезке  $[-1; 3]$ .

4. В прямоугольный треугольник с гипотенузой 8 см. и углом  $60^\circ$  вписан прямоугольник так, что одна из его сторон лежит на гипотенузе. Чему равна наибольшая площадь такого прямоугольника?

---

5. Докажите, что при  $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$  справедливо неравенство  $\sin x > x \cos x$ .

---

6. При каких значениях параметра  $a$  функция  $y = \frac{5}{3}ax^3 - 30x^2 + 5(a+9)x - 7$  возрастает на всей числовой прямой?

### Контрольная работа № 8 (2 часа)

#### Вариант 3

1. Исследуйте функцию  $y = 4\sqrt{x}(2-x)$  на монотонность и экстремумы.
2. Постройте график функции  $y = -\frac{x^3}{3} + 4x^2 - 15x$ .
3. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции  $y = x - \cos 2x$  на отрезке  $[-\pi; 0]$ .
4. Периметр параллелограмма с острым углом  $60^\circ$  равен 8 см. Чему равна наибольшая площадь такого параллелограмма?

- 
5. Докажите, что при  $x > 0$  справедливо неравенство  $\cos x > 1 - \frac{x^2}{2}$ .
- 

6. При каких значениях параметра  $a$  наименьшее на отрезке  $[0; 2]$  значение функции  $y = 4x^2 - 4ax + a^2 - 2a + 2$  равно 3?

## Контрольная работа № 8 (2 часа)

### Вариант 4

1. Исследуйте функцию  $y = 2x\sqrt{1-x}$  на монотонность и экстремумы.
2. Постройте график функции  $y = -\frac{x^3}{3} + x^2 + 3x$ .
3. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции  $y = \frac{1}{2}x - \sin x$  на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ .
4. В треугольник с основанием  $a$  и высотой  $h$  вписан прямоугольник так, что одна его сторона принадлежит основанию треугольника. Чему равна наибольшая площадь такого прямоугольника?  

---
5. Докажите, что при  $x > 3$  справедливо неравенство  $4x(x^2 + 6) > 15(x^2 + 3)$ .  

---
6. При каких значениях параметра  $a$  наименьшее на отрезке  $[0; 2]$  значение функции  $y = x^2 + (a+4)x + 2a + 3$  равно  $-4$ ?

## Контрольная работа № 8 (2 часа)

### Вариант 5

1. Исследуйте функцию  $y = \sin 2x - x$ ,  $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$  на монотонность и экстремумы.

2. Постройте график функции  $y = x^4 - \frac{4}{3}x^3 - 4x^2 + 8\frac{2}{3}$ .

3. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции  $y = \frac{2x^3}{x-9}$   
на отрезке  $[-1; 1]$ .

4. Боковая сторона и меньшее основание трапеции равны по 10 см. Определите ее большее основание так, чтобы площадь трапеции была наибольшей.

---

5. Докажите, что при  $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$  справедливо неравенство

$$x \sin x + \frac{x^2}{2} > 2 - 2 \cos x.$$

---

6. При каких отличных от нуля значениях параметров  $a$  и  $b$  все экстремумы функции  $y = a^2 x^3 + ax^2 - x + b$  отрицательны и максимум находится в точке  $x = -1$ ?

### Контрольная работа № 8 (2 часа)

#### Вариант 6

1. Исследуйте функцию  $y = 2 \sin x + \cos 2x$ ,  $x \in (0; \pi)$  на монотонность и экстремумы.
  2. Постройте график функции  $y = \frac{1}{16}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + 5$
  3. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции  $y = \frac{x^3 + 2x^2}{x - 2}$  на отрезке  $[-1; 1]$ .
  4. В равнобедренный треугольник с длинами сторон 15, 15 и 24 см. вписан параллелограмм так, что угол при основании у них общий. Определите длины сторон параллелограмма так, чтобы его площадь была наибольшей.
- 
5. Докажите, что при  $x \in \left(\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right)$  справедливо неравенство  $\cos x - x \cos x > 1 - \sin x - x \sin x$ .

---

6. При каких отличных от нуля значениях параметров  $a$  и  $b$  все

экстремумы функции  $y = \frac{5}{3}a^2x^3 + 2ax^2 - 9x + b$  положительны и максимум находится в точке  $x = -\frac{9}{5}$ ?

### Контрольная работа № 9 (1 час)

#### Вариант 1

1. Сколькими способами можно составить трехцветный полосатый флаг, если имеется материал 5 различных цветов?
2. Сколько четырехзначных чисел можно составить из цифр 1,2,3,4 при условии, что каждая цифра может содержаться в записи числа лишь нечетное число раз?
3. Решите уравнение  $C_x^{x-2} + 2x = 9$ .
4. Из колоды в 36 карт вытаскивают две карты. Какова вероятность извлечь при этом 2 туза?

---

5. На прямой взяты 8 точек, а на параллельной ей прямой – 5 точек. Сколько существует треугольников, вершинами которых являются данные точки?

---

6. В разложении бинома  $\left(\sqrt{x^3} + \frac{1}{x^4}\right)^n$  коэффициент третьего члена на 44 больше коэффициента второго члена.

Найдите член, не зависящий от  $x$ .

## Контрольная работа № 9 (1 час)

### Вариант 2

1. В яхт-клубе состоит 9 человек. Из них надо выбрать председателя, заместителя, секретаря и казначея. Сколькими способами это можно сделать?

2. Сколько четырехзначных чисел можно составить из цифр 1,2,3,0 при условии, что каждая цифра может содержаться в записи числа лишь 1 раз?

3. Решите уравнение  $C_{x-1}^{x-2} = x^2 - 13$ .

4. Из колоды в 36 карт вытаскивают три карты. Какова вероятность того, что все они тузы?

---

5. Сколько существует треугольников, у которых вершины являются вершинами данного выпуклого 8-угольника, но стороны не совпадают со сторонами этого n-угольника?

---

6. Сумма биномиальных коэффициентов разложения бинома

$\left(\frac{2}{3}x + \frac{3}{2nx^2}\right)^n$  равна 64. Найдите член, не зависящий от  $x$ .

## Контрольная работа № 9 (1 час)

### Вариант 3

1. Из 30 членов спортивного клуба надо не только составить команду из 4 человек для участия в четырехэтапной эстафете, но и определить порядок выхода спортсменов на этапы. Сколькими способами это можно сделать?

2. Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1,2,3 при условии, что цифры могут повторяться?

3. Решите уравнение  $A_{x-1}^2 - C_x^1 = 79$ .

4. В урне находится 3 белых и 4 черных шара. Какова вероятность того, что вынутые из нее наудачу два шара окажутся белыми?

---

5. На прямой взяты 6 точек, а на параллельной ей прямой – 7 точек. Сколько существует треугольников, вершинами которых являются данные точки?

---

6. В разложении бинома  $\left(x^2 \cdot \sqrt[3]{x} - \frac{2}{x^2 \sqrt{x}}\right)^n$  биномиальный коэффициент пятого члена относится к биномиальному коэффициенту третьего члена, как 1:2. Найдите член, не зависящий от  $x$ .

## Контрольная работа № 9 (1 час)

### Вариант 4

1. В городской думе 30 человек. Из них надо выбрать председателя и трех его заместителей. Сколькими способами это можно сделать?
2. Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1,2,3,4,0 при условии, что каждая цифра может содержаться в записи числа лишь 1 раз?
3. Решите уравнение  $A_x^3 - 6C_x^{x-2} = 0$ .
4. В урне находится 2 белых, 3 красных и 16 черных шаров. Какова вероятность того, что из вынутых из нее наудачу двух шаров один окажется белым, а другой красным?

---

5. Сколько существует треугольников, у которых вершины являются вершинами данного выпуклого 10-угольника?

---

6. В разложении бинома  $\left(x \cdot \sqrt[4]{x} - \frac{1}{\sqrt[8]{x^5}}\right)^n$  сумма биномиальных

коэффициентов второго члена от начала и третьего члена от конца равна 78.

Найдите член, не зависящий от  $x$ .

## Контрольная работа № 9 (1 час)

### Вариант 5

1. Сколькими способами можно выбрать из полной колоды, содержащей 36 карт, 4 карты разных мастей при условии, что среди вынутых карт нет ни одной пары карт одинакового достоинства?

2. Сколько четырехзначных чисел можно составить из цифр 1,2,3 при условии, что одна и только одна цифра содержится в записи числа четное число раз?

3. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{C_{x+1}^{y-1}}{C_{x+1}^y} = \frac{3}{5}, \\ \frac{A_{x+1}^y}{A_{x+1}^{y+1}} = \frac{1}{y+1}. \end{cases}$$

4. В лотерее 4 выигрышных билета и 96 пустых. Какова вероятность того, что на 10 купленных билетов выпадет хотя бы один выигрыш?

---

5. Сколько существует треугольников, у которых вершины являются вершинами данного выпуклого  $n$ -угольника, но стороны не совпадают со сторонами этого  $n$ -угольника?

---

6. Найдите число рациональных членов разложения  $(\sqrt{2} + \sqrt[4]{3})^{100}$ .

## Контрольная работа № 9 (1 час)

### Вариант 6

1. В классе 15 девочек и 17 мальчиков. Для дежурства на избирательном участке надо выделить трех девочек и двух мальчиков. Сколькими способами это можно сделать?

2. Сколько четырехзначных чисел можно составить из цифр 1,2,0 при условии, что одна и только одна цифра содержится в записи числа четное число раз?

3. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{C_x^{y-3}}{C_x^{y-2}} = \frac{5}{8}, \\ \frac{A_x^{y-3}}{A_x^{y-2}} = \frac{1}{8}. \end{cases}$$

4. Из колоды в 36 карт наудачу вынимают 3 карты. Какова вероятность того, что среди них окажется хотя бы один туз?

---

5. На прямой взяты  $n$  точек, а на параллельной ей прямой –  $q$  точек. Сколько существует треугольников, вершинами которых являются данные точки?

---

6. Найдите число рациональных членов разложения  $(\sqrt[3]{4} + \sqrt[4]{3})^n$ , если известно, что сумма третьего от начала и третьего от конца биномиальных коэффициентов разложения равна 9900.

## КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ ПО ГЕОМЕТРИИ, 10 КЛАСС

### ПРИМЕРНЫЕ. ГЕОМЕТРИЯ 10 КЛАСС (АТАНАСЯН) КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

#### К–1, Вариант 1

1. Постройте сечение куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  плоскостью, проходящей через ребро  $CC_1$  и точку пересечения диагоналей грани  $AA_1 D_1 A$ . Найдите периметр построенного сечения, если ребро куба равно 2 см.
2. Прямые  $a$  и  $b$  параллельны, точка  $A$  не лежит на этих прямых. Через точку  $A$  проведите плоскость  $\alpha$ , параллельную каждой из данных прямых.
3. Прямые  $AB$  и  $CD$  – скрещивающиеся. Могут ли прямые  $AC$  и  $BD$  пересекаться? Ответ объясните.

#### К–1, Вариант 2

1. Середины рёбер  $AB$ ,  $BC$  и  $DC$  тетраэдра  $ABCD$  – точки  $M$ ,  $N$  и  $P$  соответственно. Постройте сечение тетраэдра плоскостью, проходящей через эти три точки. Найдите периметр построенного сечения, если  $AC = 10$  см,  $BD = 12$  см.
2. Прямые  $a$  и  $b$  пересекаются, точка  $M$  не лежит на этих прямых. Через точку  $M$  проведите плоскость, параллельную каждой из данных прямых.
3. Лежат ли прямые  $a$ ,  $b$  и  $c$  в одной плоскости, если прямые  $a$  и  $b$ ,  $a$  и  $c$ ,  $b$  и  $c$  пересекаются и точки их пересечения не совпадают? Ответ объясните.

#### К–1, Вариант 3

1. Постройте сечение прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  плоскостью, проходящей через ребро  $AD$  и точку пересечения диагоналей грани  $A_1 B_1 C_1 D_1$ . Найдите периметр построенного сечения, если  $DD_1 = 12$  см,  $C_1 D_1 = 10$  см,  $A_1 D_1 = 15$  см.
2. Плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  пересекаются, точка  $A$  не лежит в этих плоскостях. В плоскости  $\alpha$  проведите прямую, проходящую через точку  $A$  и параллельную плоскости  $\beta$ .
3. Верно ли утверждение: прямая, пересекающая одну из расположенных в пространстве параллельных прямых, пересекает и другую прямую? Ответ объясните.

#### К–1, Вариант 4

1. Точки  $A$ ,  $B$  и  $C$  – середины рёбер  $MK$ ,  $MN$  и  $PK$  тетраэдра  $MPNK$  соответственно. Постройте сечение тетраэдра плоскостью, проходящей через эти точки. Найдите периметр построенного сечения, если  $PM = 8$  см,  $KN = 6$  см.
2. Прямые  $a$  и  $b$  скрещиваются, точка  $A$  не лежит на этих прямых. Через точку  $A$  проведите плоскость, параллельную прямым  $a$  и  $b$ .

3. Даны две пересекающиеся в точке  $O$  прямые. Всякая ли третья прямая, имеющая с каждой из данных прямых общую точку, отличную от точки  $O$ , лежит с ними в одной плоскости? Ответ объясните.

## ОТВЕТЫ НА КОНТРОЛЬНУЮ РАБОТУ

Вариант	Ответ
В-1	1. $2(2 + \sqrt{5})$ см $\approx 8,47$ см. 3. Нет.
В-2	1. 22 см. 3. Да.
В-3	1. 56 см. 3. Нет.
В-4	1. 14 см. 3. Да.

### К-2, Вариант 1

1. Постройте сечение тетраэдра  $ABCD$  плоскостью, проходящей через точку пересечения медиан грани  $B CD$  параллельно грани  $A CD$ .
2. Постройте параллелограмм  $A_1 B_1 C_1 D_1$ . Считая этот параллелограмм изображением квадрата  $ABCD$ , постройте изображение перпендикуляров, проведённых из точки  $O$  пересечения диагоналей квадрата  $ABCD$  к сторонам этого квадрата.
3. Плоскость, параллельная стороне  $AB$  треугольника  $ABC$ , пересекает сторону  $AC$  в точке  $A_1$ , сторону  $BC$  – в точке  $B_1$ . Найдите отрезок  $A_1 B_1$ , если  $AB = 25$  см,  $AA_1 : A_1 C = 2 : 3$ .

### К-2, Вариант 2

1. Дан параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , точка  $M$  лежит на ребре  $AC$ , причём  $CM : CA = 1 : 3$ . Постройте сечение параллелепипеда плоскостью, проходящей через точку  $M$  параллельно плоскости  $B C_1 D$ .
2. Постройте параллелограмм  $A_1 B_1 C_1 D_1$ . Считая этот параллелограмм изображением ромба  $ABCD$ , постройте изображение высоты ромба, проведённой из вершины  $A$ , если  $\angle B = 60^\circ$ .
3. Через конец  $A$  отрезка  $AB$  проведена плоскость  $\alpha$ , через конец  $B$  и точку  $C$  отрезка  $AB$  проведены параллельные прямые, пересекающиеся с плоскостью  $\alpha$  в точках  $B_1$  и  $C_1$ . Найдите отрезок  $CC_1$ , если  $BB_1 = 15$  см и  $AB_1 : C_1 B_1 = 3 : 1$ .

### К-2, Вариант 3

1. Дан параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , в котором  $O$  – точка пересечения диагоналей грани  $ABCD$ . Постройте сечение параллелепипеда плоскостью, проходящей через точку  $O$  параллельно плоскости  $AB_1 C_1$ .
2. Постройте произвольный треугольник  $A_1 B_1 C_1$ . Считая его изображением правильного треугольника  $ABC$ , постройте изображение центра окружности, описанной около треугольника  $ABC$ .
3. Плоскость, пересекающая две стороны треугольника  $ABC$ , делит их в отношении  $AA_1 : A_1 C = BB_1 : B_1 C = 2 : 3$ . Найдите отрезок  $A_1 B_1$ , если  $AB = 15$  см.

### К-2, Вариант 4

1. Пусть  $O$  – точка пересечения медиан грани  $ABC$  тетраэдра  $ABCD$ . Постройте сечение тетраэдра плоскостью, проходящей через середину ребра  $AC$  и параллельной плоскости  $ADO$ .
2. Постройте параллелограмм  $A_1B_1C_1D_1$ . Считая этот параллелограмм изображением прямоугольника  $ABCD$ , построьте изображение перпендикуляров, проведённых из точки  $O$  пересечения диагоналей прямоугольника  $ABCD$  к сторонам этого прямоугольника.
3. Конец  $B$  отрезка  $AB$  лежит в плоскости  $\alpha$ . Точка  $C$  делит отрезок  $AB$  в отношении  $AC : CB = 3:4$ . Отрезок  $CD$  параллелен плоскости  $\alpha$  и равен 12 см. Прямая  $AD$  пересекает плоскость  $\alpha$  в точке  $E$ . Найдите отрезок  $BE$ .

### ОТВЕТЫ НА ЗАДАЧИ ИЗ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Вариант 1. № 3. 15 см. Вариант 2. № 3. 10 см. Вариант 3. № 3. 9 см. Вариант 4. № 3. 28 см.

### ГЕОМЕТРИЯ 10 КЛАСС (АТАНАСЯН)

#### КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3

#### К-3, Вариант 1

1. Из точки  $O$  пересечения диагоналей квадрата  $ABCD$  проведён перпендикуляр  $OH$  к плоскости квадрата. Докажите, что  $BD \perp HC$ .
2. Через сторону  $KN$  прямоугольника  $KLMN$  проведена плоскость так, что длина проекции одной из сторон прямоугольника на эту плоскость равна 4 см. Найдите длину проекции диагонали  $KM$  на эту плоскость, если  $KL = 12$  см,  $LM = 3$  см.
3. Из точки  $A$  проведены к данной плоскости две наклонные, равные 2 см, угол между которыми равен  $60^\circ$ , а угол между их проекциями прямой. Найдите расстояние от точки  $A$  до данной плоскости.

#### К-3, Вариант 2

1. Из вершины  $B$  квадрата  $ABCD$  проведён перпендикуляр  $BF$  к плоскости этого квадрата. Докажите, что  $AC \perp DF$ .
2. Через вершину  $B$  треугольника  $ABC$  проведена плоскость, не совпадающая с плоскостью  $ABC$  и параллельная его стороне  $AC$ . Проекция треугольника  $ABC$  на эту плоскость – прямоугольный треугольник  $A_1BC_1$  с прямым углом  $B$ . Найдите сторону  $AC$ , если  $BA_1 = 9$  см,  $BC_1 = 12$  см.
3. Из точки  $B$  проведены к данной плоскости две равные наклонные, угол между которыми равен  $60^\circ$ , а угол между их проекциями равен  $90^\circ$ . Найдите угол между каждой наклонной и её проекцией на плоскость.

#### К-3, Вариант 3

1. Из середины  $D$  стороны  $AC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  с основанием  $AC$  проведён к его плоскости перпендикуляр  $DK$ . Докажите, что  $AC \perp BK$ .
2. Через сторону  $AB$  квадрата  $ABCD$  проведена плоскость. Проекция одной из сторон квадрата  $ABCD$  на эту плоскость равна 3 см. Найдите проекцию на эту плоскость одной из диагоналей квадрата, если известно, что  $AB = 6$  см.

3. Из точки, отстоящей от плоскости на расстояние  $a$ , проведены две наклонные, образующие с плоскостью равные углы в  $45^\circ$ , а между собой угол в  $60^\circ$ . Найдите расстояние между концами наклонных.

### К-3, Вариант 4

1. Из точки  $O$  пересечения диагоналей ромба  $ABCD$  проведён перпендикуляр  $OM$  к его плоскости. Докажите, что  $BD \perp MC$ .

2. Через вершину  $N$  равнобедренного треугольника  $MNL$  с основанием  $ML = 6$  см проведена плоскость  $\alpha$  параллельно стороне  $ML$ . Проекция одной из сторон этого треугольника на плоскость  $\alpha$  равна 5 см. Найдите длину проекции на плоскость  $\alpha$  медианы  $ND$  этого треугольника.

3. Из точки  $M$ , отстоящей от плоскости на расстояние  $a$ , проведены две наклонные под углом  $30^\circ$  к плоскости, причём их проекции составляют между собой угол в  $120^\circ$ . Определите расстояние между концами наклонных.

В-1	2. 5 см. 3. $\sqrt{2}$ см.
В-2	2. 15 см. 3. $45^\circ; 45^\circ$ .
В-3	2. $3\sqrt{5}$ см. 3. $a\sqrt{2}$ .
В-4	2. 4 см. 3. $3a$ .

### К-4, Вариант 1

1. Через вершину  $A$  правильного треугольника  $ABC$  проведена плоскость  $\alpha$  параллельно стороне  $BC$  так, что сторона  $AC$  составляет с этой плоскостью угол в  $30^\circ$ . Найдите длину проекции медианы  $AD$  треугольника  $ABC$  на плоскость  $\alpha$ , если  $AB = 12$  см.

2. Из вершины  $A$  прямого угла треугольника  $ABC$  проведён перпендикуляр  $AM$  к плоскости треугольника. Найдите расстояние от точки  $M$  до стороны  $BC$  треугольника, если  $AM = 1$  см,  $AB = 3$  см,  $AC = 4$  см.

3. Правильные треугольники  $ABC$  и  $DBC$  расположены так, что вершина  $D$  проектируется в центр треугольника  $ABC$ . Найдите угол между плоскостями этих треугольников.

4. Плоскости двух равных прямоугольных трапеций  $ABCD$  и  $KDCM$  взаимно перпендикулярны. Найдите расстояние  $BK$ , если  $CD \perp BC$ ,  $CD \perp DK$ ,  $BC = DK = 3$  см,  $DC = 4$  см.

### К-4, Вариант 2

1. Через сторону  $AB$ , равную 20 см, квадрата  $ABCD$  проведена плоскость  $\alpha$  так, что точка  $C$  находится от неё на расстоянии 10 см.

а) На каком расстоянии от плоскости  $\alpha$  находится точка пересечения диагоналей квадрата?

б) Найдите угол  $\varphi$ , который диагональ квадрата образует с плоскостью  $\alpha$ .

2. Из центра  $O$  правильного треугольника  $KLP$  со стороной 4 см проведён перпендикуляр  $OM$  к плоскости треугольника. Найдите расстояние от точки  $M$  до одной из сторон треугольника, если  $OM = 2$  см.

3. Проекцией прямоугольника  $ABCD$  на плоскость  $\gamma$  является квадрат  $A_1B_1C_1D_1$ . Найдите величину угла между плоскостью  $\gamma$  и плоскостью прямоугольника, если  $AB : BC = 2:1$ .

4. Плоскости двух равных равнобедренных прямоугольных треугольников  $ABC$  и  $ACD$ , имеющих общую гипотенузу, взаимно перпендикулярны. Найдите расстояние между их вершинами  $B$  и  $D$ , если  $AB = 3$

#### **К-4, Вариант 3**

1. Через сторону  $AB$  прямоугольника  $ABCD$  со сторонами 4 см и 8 см проведена плоскость  $\gamma$ . Проекция прямоугольника на плоскость  $\gamma$  – квадрат. Найдите:

а) расстояние от вершины  $C$  до плоскости  $\gamma$ ;

б) угол  $\varphi$ , который диагональ прямоугольника образует с плоскостью  $\gamma$ .

2. Из вершины  $N$  параллелограмма  $MNPQ$  с углом  $M$ , равным  $45^\circ$ , проведён перпендикуляр  $ND$  к плоскости параллелограмма. Найдите расстояние от точки  $D$  до прямой  $MQ$ , если  $MN = 5$  см,  $ND = 10$  см.

3. Проекцией треугольника  $ABC$  на плоскость  $\beta$  является равносторонний треугольник  $A_1B_1C_1$ . Найдите угол  $\varphi$  между плоскостью треугольника  $ABC$  и плоскостью  $\beta$ , если  $BC = 8$  см,  $AB = AC = 10$  см.

4. Плоскости правильного треугольника  $KLM$  и квадрата  $KMNP$  взаимно перпендикулярны. Найдите расстояние между точками  $L$  и  $N$ , если  $KM = a$ .

#### **К-4, Вариант 4**

1. Через катет  $AB$  равнобедренного прямоугольного треугольника  $ABC$  проведена плоскость  $\beta$ . Другой катет  $BC$  образует с плоскостью  $\beta$  угол  $45^\circ$ . Найдите:

а) расстояние от вершины  $C$  до плоскости  $\beta$ , если  $AC = 2$  см;

б) угол  $\varphi$ , который гипотенуза  $AC$  образует с плоскостью  $\beta$ .

2. Из вершины  $D$  треугольника  $DKC$  проведён перпендикуляр  $DN$  к плоскости этого треугольника. Найдите расстояние от точки  $N$  до прямой  $KC$  если  $KD - DC = 10$  см,  $KC = 16$  см,  $DN = 3$  см.

3. Квадраты  $ABCD$  и  $FLCD$  расположены так, что проекция стороны  $FL$  на плоскость квадрата  $ABCD$  проходит через центр этого квадрата. Найдите угол между плоскостями этих квадратов.

4. Два равных прямоугольных треугольника  $ABC$  с прямым углом  $B$  и  $ABD$  с прямым углом  $A$  расположены так, что их плоскости взаимно перпендикулярны. Найдите расстояние между вершинами  $C$  и  $D$ , если  $AB = 4$  см,  $AD = BC = 3$  см.

<b>В-1</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li><math>6\sqrt{2}</math> см.</li> <li>2,6 см.</li> <li><math>\cos x = \frac{1}{3}</math>.</li> <li><math>\sqrt{34}</math> см.</li> </ol>
<b>В-2</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>а) 5 см; б) <math>\sin \varphi = \frac{\sqrt{2}}{4}</math>.</li> <li><math>\frac{4\sqrt{3}}{3}</math> см.</li> <li><math>60^\circ</math>.</li> <li>3 см.</li> </ol>
<b>В-3</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>а) <math>4\sqrt{3}</math> см; б) <math>\operatorname{tg} \varphi = \sqrt{1,5}</math>.</li> <li><math>7,5\sqrt{2}</math> см.</li> <li><math>\cos \varphi = \frac{2\sqrt{7}}{7}</math>.</li> <li><math>a\sqrt{2}</math>.</li> </ol>
<b>В-4</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>а) 1 см; б) <math>\sin \varphi = 0,5</math>.</li> <li><math>3\sqrt{5}</math> см.</li> <li><math>60^\circ</math>.</li> <li><math>\sqrt{34}</math> см.</li> </ol>

### К-5, Вариант 1

- Сторона основания правильной четырёхугольной пирамиды равна  $a$ . Двугранные углы при основании равны  $\alpha$ . Найдите площадь полной поверхности пирамиды.
- В основании прямой треугольной призмы лежит прямоугольный треугольник с катетами 8 см и 6 см. Найдите боковое ребро призмы, если площадь её боковой поверхности составляет  $120 \text{ см}^2$ .
- Стороны основания прямого параллелепипеда равны 3 см и 5 см, угол между ними равен  $60^\circ$ . Большая диагональ параллелепипеда равна 10 см. Найдите боковое ребро параллелепипеда.

### К-5, Вариант 2

- Боковое ребро правильной четырёхугольной пирамиды равно 12 см и образует с плоскостью основания угол в  $60^\circ$ . Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.
- Найдите площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда, стороны основания которого равны  $a$  и  $b$ , а диагональ образует с плоскостью основания угол  $\alpha$ .
- В основании прямой призмы лежит равнобедренный треугольник с основанием, равным 5 см. Высота призмы равна 3 см. Найдите площадь сечения призмы плоскостью, проходящей через основание равнобедренного треугольника и противоположную вершину верхнего основания призмы, если диагонали равных боковых граней равны 6,5 см.

### К-5, Вариант 3

- Сторона основания правильной четырёхугольной пирамиды равна  $a$ , высота равна  $b$ . Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

2. В прямой треугольной призме стороны основания относятся как  $17 : 10 : 9$ , а боковое ребро равно  $16$  см. Найдите стороны основания, если боковая поверхность призмы равна  $1152$  см<sup>2</sup>.

3. Основанием прямого параллелепипеда служит ромб с диагоналями  $6$  см и  $8$  см. Диагональ боковой грани равна  $\sqrt{61}$  см. Найдите большую диагональ параллелепипеда.

#### К-5, Вариант 4

1. Высота боковой грани правильной четырёхугольной пирамиды равна  $10$  см. Определите площадь её полной поверхности, если боковая грань образует с плоскостью основания угол  $60^\circ$ .

2. Основанием прямого параллелепипеда является ромб со стороной  $a$  и острым углом  $\alpha$ . Найдите площадь полной поверхности параллелепипеда, если его меньшая диагональ составляет с плоскостью основания угол  $\beta$ .

3. Стороны основания треугольной пирамиды равны  $6$  см,  $10$  см и  $14$  см. Плоскости боковых граней образуют с плоскостью основания угол  $60^\circ$ . Найдите полную поверхность пирамиды.

<b>В-1</b>	<p>1. <math>\frac{a^2}{\cos\alpha}(1 + \cos\alpha)</math>.</p> <p>2. <math>5</math> см.</p> <p>3. <math>\sqrt{51}</math> см.</p>
<b>В-2</b>	<p>1. <math>72\sqrt{7}</math> см<sup>2</sup>.</p> <p>2. <math>2(a + b)\sqrt{a^2 + b^2} \operatorname{tg} \alpha</math>.</p> <p>3. <math>15</math> см<sup>2</sup>.</p>
<b>В-3</b>	<p>1. <math>a^2 + a\sqrt{a^2 + 4ab^2}</math>.</p> <p>2. <math>34</math> см, <math>20</math> см, <math>18</math> см.</p> <p>3. <math>10</math> см.</p>
<b>В-4</b>	<p>1. <math>300</math> см<sup>2</sup>.</p> <p>2. <math>2a^2 \sin \alpha + 4\sqrt{2} a^2 \operatorname{tg} \beta \sqrt{1 - \cos \alpha}</math>.</p> <p>3. <math>45\sqrt{3}</math> см<sup>2</sup>.</p>

КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ ПО АЛГЕБРЕ, 11 КЛАСС

Контрольная работа №1 (1 час)

Вариант 1

1. Дан многочлен  $f(a;b) = 2ab^2 - 11a^3 - 3ba^2 + 5ab^2 + 7a^2b + 4a(-1)ba - (a+b)ab$ .
  - а) Приведите данный многочлен к стандартному виду.
  - б) Установите, является ли данный многочлен однородным.
  - в) Если многочлен является однородным, то определите его степень.
2. Разложите многочлен на множители:
  - а)  $x^4 - 3x^3 + 3x - 9$ ;    б)  $6a^2 - 5ab - 6b^2$ .
3. Решите уравнение:  $x^3 - 7x + 6 = 0$ .
4. Докажите, что выражение  $a^{10} - 2a^9 + a^8$  делится на  $a - 1$ .
5. При каких значениях параметров  $a$  и  $b$  многочлен  $f(x) = 4x^4 - 16x^3 + 3x^2 + ax + b$  делится без остатка на многочлен  $g(x) = x^2 - 4x + 1$ ?

Контрольная работа №1 (1 час)

Вариант 2

1. Дан многочлен  $f(x;y) = 2x^2(-1)y - 7yx^2 + 2xy^2 + 5 - 3уху - 11y^3 + (x+y)ух - 2хух$ .
  - а) Приведите данный многочлен к стандартному виду.
  - б) Установите, является ли данный многочлен однородным.
  - в) Если многочлен является однородным, то определите его степень.
2. Разложите многочлен на множители:
  - а)  $3x^3 - x^2 + 27x - 9$ ;    б)  $6m^2 - 13mn - 5n^2$ .
3. Решите уравнение:  $x^3 - 19x - 30 = 0$ .
4. Докажите, что выражение  $a^{17} + 2a^{16} + a^{15}$  делится на  $a + 1$ .
5. При каких значениях параметров  $a$  и  $b$  многочлен  $f(x) = 5x^4 + 20x^3 + 11x^2 + ax + b$  делится без остатка на многочлен  $g(x) = 5x^2 + 10x + 6$ ?

### Контрольная работа №1 (2 часа)

#### Вариант 3

1. Найдите остаток от деления многочлена  $f(x) = 13x^3 + 67x^2 - 3x + 4$  на многочлен  $p(x) = x^2 + 5x + 1$ .
2. Дан многочлен  $f(x; y) = ux^5y^2x^2 + x^3y^4xy^2 - 2x^4y(-1)y^5 - y^3y^3x^4 + 15x^4yx^3y^2 + x^2y^2(x^5y - x^2y^4)$ .
  - а) Приведите данный многочлен к стандартному виду.
  - б) Установите, является ли данный многочлен однородным.
  - в) Если многочлен является однородным, то определите его степень.
3. Разложите многочлен на множители:
  - а)  $4y^2(y-3) + (3-y)y^2$ ;    б)  $8a^3 - 36a^2b + 54ab^2 - 27b^3$ .
4. Решите уравнение:
  - а)  $y^3 - 2y^2 - 3y + 10 = 0$ ;    б)  $x(x+1)(x+2)(x+3) = 3$ .
5. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} 2y^2 - xy = 3, \\ y^2 + 4yx - 3x^2 = 6. \end{cases}$$
6. При каких значениях параметра  $a$  многочлен  $f(x) = (x^2 + (2a+1)x + 2a)(x^2 - (a+2)x + 2a)(x-1)$  имеет кратные корни? Найдите эти корни.

### Контрольная работа №1 (2 часа)

#### Вариант 4

1. Найдите остаток от деления многочлена  $f(x) = x^3 - 11x^2 + x + 7$  на многочлен  $p(x) = 2x^2 + 3$ .
2. Дан многочлен  $f(a; b) = a^2b(a^3b - b^2a^2) + 4a^3(-1)b^2a^2 - 2aba^4b + 7ab^0a^4b^2 - 3a^3bab^2$ .
  - а) Приведите данный многочлен к стандартному виду.
  - б) Установите, является ли данный многочлен однородным.
  - в) Если многочлен является однородным, то определите его степень.
3. Разложите многочлен на множители:

а)  $5y^2(y-4) + (4-y)^2$ ;    б)  $125a^3 + 150a^2b + 90ab^2 + 27b^3$ .

4. Решите уравнение:

а)  $y^3 + 4y^2 + 6y + 4 = 0$ ;    б)  $x(x-1)(x-2)(x-3) = 15$ .

5. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} 3y^2 - 2xy = 10, \\ y^2 - 3yx - 2x^2 = 5. \end{cases}$$

6. При каких значениях параметра  $a$  многочлен  $f(x) = (x^2 - (3a-4)x - 12a)(x^2 - (a-3)x - 3a)(x-4)$  имеет кратные корни? Найдите эти корни.

### Контрольная работа №1 (2 часа)

#### Вариант 5

1. Найдите остаток от деления многочлена  $f(x) = x^3 + x$

на многочлен  $p(x) = x^2 + x + 1$ .

2. Дан многочлен  $f(x; y) = 7xy^2 + xy^2(-3)x^3 - 11xyx + 17 - 7x^2 + 2y^2 - 2x^2y^2x^2 - (2x + y)(x - y)$ .

а) Приведите данный многочлен к стандартному виду.

б) Установите, является ли данный многочлен однородным.

в) Если многочлен является однородным, то определите его степень.

3. Разложите многочлен на множители:

а)  $y^3 - 6 + 11y - 6y^2$ ;    б)  $x^4 - (a^2 + 1)x^2 + a^2$ .

4. Решите уравнение:

а)  $y^3 - 7y^2 + 4y + 12 = 0$ ;    б)  $2x^3 - x^2 + 5x + 3 = 0$ .

5. Решите уравнение:  $2x^4 - 7x^3 + 9x^2 - 7x + 2 = 0$ ;

6. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} x + y = 1, \\ y^4 + x^4 = 17. \end{cases}$$

7. При каких значениях параметра  $a$  многочлен  $f(x) = (x^2 - (2a-3)x - 6a)(x^2 - (3a+2)x + 6a)(x-3)$  имеет кратные корни? Найдите эти корни.

### Контрольная работа №1 (2 часа)

### Вариант 6

1. Найдите остаток от деления многочлена  $f(x) = x^3 - 2x^4 - 5$  на многочлен  $p(x) = x^3 - 9x$ .
2. Дан многочлен  $f(x; y) = 2xy^3xy^2 - x^3 - 11 + 4y^3 + 5x^3 - y^2x^2y^2 + xy - (3x^2 + y)(y^2 - x)$ .
  - а) Приведите данный многочлен к стандартному виду.
  - б) Установите, является ли данный многочлен однородным.
  - в) Если многочлен является однородным, то определите его степень.
3. Разложите многочлен на множители:
  - а)  $y^3 + 6 + y - 4y^2$ ;
  - б)  $(y^2 + 1)b^2 - b^4 - y^2$ .
4. Решите уравнение:
  - а)  $y^3 + y^2 - 16y + 20 = 0$ ;
  - б)  $3x^3 + 2x^2 + 5x - 2 = 0$ .
5. Решите уравнение:  $4x^4 + 12x^3 - 47x^2 + 12x + 4 = 0$ ;
6. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} x + y = -1, \\ y^4 + x^4 = 31. \end{cases}$$
7. При каких значениях параметра  $a$  многочлен  $f(x) = (x^2 - (3a - 5)x - 15a)(x^2 - (2a + 1)x + 2a)(x - 5)$  имеет кратные корни? Найдите эти корни.

### Контрольная работа №2 (2 часа)

#### Вариант 1

1. Вычислите: а)  $\sqrt[4]{0,0625} - \sqrt[5]{-243}$ ; б)  $\sqrt[4]{2^3 \cdot 3^5} \cdot \sqrt[4]{2^5 \cdot 3^7}$ .
2. Решите уравнение: а)  $\sqrt[4]{2x+1} = 3$ ; б)  $\sqrt[3]{x^2 - x - 131} = -5$ .
3. Постройте график функции:  $y = -\sqrt[3]{x-1} + 3$ .
4. Найдите область определения функции  $y = \sqrt[4]{x^2 - 5x + 6} + \frac{\sqrt[5]{x+3}}{\sqrt{-x+2}}$ .
5. Упростите выражение  $\frac{\sqrt[3]{a^2} - 2\sqrt[3]{ab}}{\sqrt[3]{a^2} - 4\sqrt[3]{ab} + 4\sqrt[3]{b^2}}$ .
6. Расположите в порядке убывания следующие числа:  $\sqrt{2}, \sqrt[3]{3}, \sqrt[6]{6}$ .

7. Упростите выражение  $\sqrt[3]{343x^3} + \sqrt[4]{81x^4} - \sqrt{64x^2}$ , найдите его значение при  $x = -\frac{1}{2}$ .
8. Решите неравенство  $\sqrt[6]{x-1} < -x+3$ .
9. Решите уравнение:  $\sqrt[3]{81x} + \sqrt[3]{243x^2} = 6$ .

### Контрольная работа №2 (2 часа)

#### Вариант 2

1. Вычислите: а)  $\sqrt[3]{-0,343} + \sqrt[6]{729}$ ; б)  $\sqrt[5]{2^7 \cdot 11^3} \cdot \sqrt[5]{2^8 \cdot 11^7}$ .
2. Решите уравнение: а)  $\sqrt[4]{4-3x} = 4$ ; б)  $\sqrt[5]{x^2-x-44} = -2$ .
3. Постройте график функции:  $y = -\sqrt[4]{x+3} - 5$ .
4. Найдите область определения функции  $y = \sqrt[6]{x^2-x-2} - \frac{\sqrt[3]{x-7}}{\sqrt[4]{-x-1}}$ .
5. Упростите выражение  $\frac{\sqrt[5]{a^2} + 3\sqrt[5]{ab}}{\sqrt[5]{a^2} + 6\sqrt[5]{ab} + 9\sqrt[5]{b^2}}$ .
6. Расположите в порядке убывания следующие числа:  $\sqrt{2}, \sqrt[5]{5}, \sqrt[6]{6}$ .
7. Упростите выражение  $\sqrt[4]{625x^4} - \sqrt[45]{32x^5} - \sqrt{36x^2}$ , найдите его значение при  $x = -\frac{1}{4}$ .
8. Решите неравенство  $\sqrt[5]{x+3} > -x-1$ .
9. Решите уравнение:  $\sqrt[5]{128x^2} = 24 + \sqrt[5]{64x}$ .

### Контрольная работа №2 (2 часа)

#### Вариант 3

1. Вычислите: а)  $\sqrt[4]{1296} - \sqrt[3]{-0,064}$ ; б)  $\sqrt[3]{7^2 \cdot 5^4} \cdot \sqrt[3]{7^4 \cdot 5^5}$ .
2. Решите уравнение: а)  $\sqrt[5]{-2x-5} = -2$ ; б)  $\sqrt[6]{x^2-2x+61} = 2$ .
3. Постройте график функции:  $y = 3 \cdot \sqrt[3]{x+1} - 2$ .
4. Найдите область определения функции  $y = \sqrt[6]{3-x} + \frac{\sin x}{\sqrt[4]{5x-1}} - \sqrt{5x^2-16x+3}$ .

5. Упростите выражение  $\frac{\sqrt{ab} \cdot \sqrt[4]{b}}{(a-b) \cdot \sqrt[4]{\frac{a^2}{b}}} - \frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2}$ .
6. Расположите в порядке убывания следующие числа:  $\sqrt{2}, \sqrt[3]{3}, \sqrt[5]{5}$ .
7. Упростите выражение  $\frac{\sqrt{(\sqrt{x} + 4)^2 - 16\sqrt{x}}}{\sqrt[4]{x} - \frac{4}{\sqrt[4]{x}}}$ , найдите его значение при  $x = \frac{16}{81}$ .
8. Решите неравенство  $\sqrt[6]{x-1} < \frac{2}{x}$ .
9. Решите уравнение:  $\sqrt[5]{128y^2} + \sqrt[5]{64y} = 24$ .

### Контрольная работа №2 (2 часа)

#### Вариант 4

1. Вычислите: а)  $\sqrt[5]{-0,00032} - \sqrt[4]{10000}$ ; б)  $\sqrt[6]{4^5 \cdot 5^{17}} \cdot \sqrt[6]{4^7 \cdot 5}$ .
2. Решите уравнение: а)  $\sqrt[3]{3x-6} = -0,3$ ; б)  $\sqrt[4]{x^2 + 2x + 78} = 3$ .
3. Постройте график функции:  $y = 2 \cdot \sqrt[4]{x-2} + 1$ .
4. Найдите область определения функции  $y = \sqrt[4]{2x-1} - \frac{\cos x}{\sqrt[6]{4-x}} + \sqrt{2x^2 - 9x + 4}$ .
5. Упростите выражение  $\frac{\sqrt[3]{a^2b} \cdot \sqrt[6]{a}}{(a+b) \cdot \sqrt[6]{\frac{b^2}{a}}} - \frac{a^2 + b^2}{b^2 - a^2}$ .
6. Расположите в порядке возрастания следующие числа:  $\sqrt[3]{3}, \sqrt[5]{5}, \sqrt[6]{6}$ .
7. Упростите выражение  $\frac{\sqrt[5]{x} \sqrt{(\sqrt[3]{x}-1)^2} + 8\sqrt[3]{x}}{\frac{\sqrt[3]{-x}}{2} - 1}$ , найдите его значение при  $x = -32$ .
8. Решите неравенство  $\sqrt[4]{x+1} > \frac{30}{x}$ .

9. Решите уравнение:  $\sqrt[3]{243y^2} = 18 + \sqrt[3]{81y}$ .

**Контрольная работа №2 (2 часа)**

**Вариант 5**

- Вычислите: а)  $\sqrt[5]{-7\frac{19}{32}} + \sqrt[4]{0,0001}$ ; б)  $\frac{\sqrt[7]{2^{20} \cdot 5^{10}}}{\sqrt[7]{2^6 \cdot 5^3}}$ .
- Решите уравнение: а)  $\sqrt[6]{3x^2 - 2x} = 1$ ; б)  $\sqrt[5]{\frac{x+33}{\frac{1}{4}x+1}} = 2$ .
- Постройте график функции:  $y = 2 \cdot \sqrt[5]{-x-1} + 1$ .
- Найдите область определения функции  $y = \sqrt[6]{x^2 + x - 2} + \frac{x-3}{\sqrt[4]{(x-1)^4}} - \sqrt[8]{3x+7}$ .
- Упростите выражение  $\frac{(\sqrt[6]{a^2 + 7 - 2a\sqrt{7}} + \sqrt[3]{a - \sqrt{7}})\sqrt[3]{a + \sqrt{7}}}{\sqrt[3]{56 - 8a^2}}$ .
- Расположите в порядке возрастания следующие числа:  $\sqrt{2}, \sqrt[7]{7}, \sqrt[6]{6}$ .
- Упростите выражение  $\frac{\sqrt[6]{a}}{2} + \frac{\sqrt[3]{b}}{2\sqrt[6]{a}} + \sqrt{\frac{(\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})^2}{4\sqrt[3]{a}}} + \sqrt[3]{b}$ , найдите его значение при  $a = 1, b = -8$ .
- Решите неравенство  $\sqrt[6]{-x+63} > -\frac{2}{x}$ .
- Решите уравнение:  $\sqrt[7]{256x} + 4 = \sqrt[7]{512x^2}$ .

**Контрольная работа №2 (2 часа)**

**Вариант 6**

1. Вычислите:      а)  $\sqrt[4]{0,0081} - \sqrt[3]{-1\frac{61}{64}}$ ;      б)  $\frac{\sqrt[6]{3^{16} \cdot 7^{10}}}{\sqrt[6]{3^4 \cdot 7^4}}$ .
2. Решите уравнение:    а)  $\sqrt[4]{-x^2 - 10x} = 2$ ;      б)  $\sqrt[7]{\frac{-x+5}{2x-7}} = -1$ .
3. Постройте график функции:  $y = \frac{1}{2} \cdot \sqrt[6]{-x+1} - 2$ .
4. Найдите область определения функции  $y = \sqrt[8]{x^2 - x - 6} - \frac{x+5}{\sqrt[4]{(x+2)^4}} + \sqrt[6]{-3x+10}$ .
5. Упростите выражение  $\frac{(\sqrt[8]{a^2 + 5 + 2a\sqrt{5}} + \sqrt[4]{a + \sqrt{5}})\sqrt[4]{a - \sqrt{5}}}{\sqrt[4]{16a^2 - 80}}$ .
6. Расположите в порядке убывания следующие числа:  $\sqrt{2}, \sqrt[7]{7}, \sqrt[3]{3}$ .
7. Упростите выражение  $\frac{\sqrt[4]{b}}{2} + \frac{\sqrt{a}}{2\sqrt[4]{b}} + \sqrt{\frac{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2}{4\sqrt{b}}} - \sqrt{a}$ , найдите его значение при  $a = 4, b = 16$ .
8. Решите неравенство  $\sqrt[4]{-x+4} > -\frac{24}{x}$ .
9. Решите уравнение:  $\sqrt[5]{2187x^2} + \sqrt[5]{729x} = 6$ .

### Контрольная работа №3 (1 час)

#### Вариант 1

1. Вычислите:    а)  $27^{\frac{1}{3}} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$ ;      б)  $\left(3^{\frac{1}{3}} - 1\right)\left(3^{\frac{2}{3}} + 3^{\frac{1}{3}} + 1\right)$ .
2. Упростите выражение:  $(a^{\frac{1}{4}} + b^{\frac{1}{4}})^2 - (a^{\frac{1}{4}} - b^{\frac{1}{4}})^2$ .
3. Решите уравнение:  $x^{-\frac{2}{3}} - x^{-\frac{1}{3}} - 2 = 0$ .
4. Составьте уравнение касательной к графику функции  $y = \frac{4}{3}x^{\frac{3}{4}} - x^{-2}$  в точке  $x=1$ .
5. Решите неравенство  $x^{-\frac{3}{4}} - 1 \leq (x-1)^{\frac{4}{3}}$ .
6. Решите уравнение  $z^3 + 8 = 0$  на множестве комплексных чисел.

### Контрольная работа №3 (1 час)

#### Вариант 2

1. Вычислите: а)  $81^{\frac{1}{4}} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$ ; б)  $\left(2^{\frac{1}{3}} + 1\right)\left(2^{\frac{2}{3}} - 2^{\frac{1}{3}} + 1\right)$ .
2. Упростите выражение:  $(a^{\frac{5}{2}} + 2a^{\frac{1}{2}})^2 - (a^{\frac{5}{2}} - 2a^{\frac{1}{2}})^2$ .
3. Решите уравнение:  $x^{-\frac{4}{3}} - x^{-\frac{2}{3}} - 8 = 0$ .
4. Составьте уравнение касательной к графику функции  $y = \frac{7}{4}x^{\frac{4}{7}} + x^{-3}$  в точке  $x=1$ .
5. Решите неравенство  $(x+1)^{\frac{7}{9}} - 1 \geq x^{\frac{9}{7}} + 1$ .
6. Решите уравнение  $z^3 - 27 = 0$  на множестве комплексных чисел.

### Контрольная работа №3 (2 часа)

#### Вариант 3

1. Вычислите: а)  $125^{\frac{1}{3}} - \left(\frac{1}{16}\right)^{-\frac{1}{4}}$ ; б)  $\left(2 - 3^{\frac{2}{3}}\right)\left(4 + 2 \cdot 3^{\frac{2}{3}} + 3^{\frac{4}{3}}\right)$ .
2. Упростите выражение: а)  $(a^{\frac{1}{4}} + 2)(a^{\frac{1}{4}} - 2)(a^{\frac{1}{2}} + 4)$ ; б)  $\left(\frac{a-b}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}} - \frac{a^{\frac{3}{2}} + b^{\frac{3}{2}}}{a-b}\right) \cdot (b^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{1}{2}})$ .
3. Решите уравнение:  $5x^{-\frac{2}{3}} + 4x^{-\frac{1}{3}} - 1 = 0$ .
4. Составьте уравнение той касательной к графику функции  $y = 2x^{-\frac{1}{2}} - x^{-2} - \frac{2}{5}$ , которая параллельна биссектрисе первой координатной четверти.
5. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $y = -\frac{16}{3}x^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{3}x^3$  на отрезке  $[1;9]$ .
6. Решите неравенство  $(-x)^{\frac{3}{2}} - 1 \geq (x+1)^{\frac{2}{3}}$ .

7. Решите уравнение  $z^4 + 4 = 0$  на множестве комплексных чисел.

8. Решите уравнение  $3x^5 + 2x^3 + 10x - 130 = (18 - 5x)^{\frac{1}{3}}$ .

### Контрольная работа №3 (2 часа)

#### Вариант 4

1. Вычислите: а)  $121^{\frac{1}{2}} - \left(\frac{1}{32}\right)^{-\frac{1}{5}}$ ; б)  $\left(2 + 5^{\frac{2}{3}}\right)\left(4 - 2 \cdot 5^{\frac{2}{3}} + 5^{\frac{4}{3}}\right)$ .

2. Упростите выражение: а)  $(a^{\frac{1}{6}} + 1)(a^{\frac{1}{6}} - 1)(a^{\frac{1}{3}} + 1)$ ; б)  $\left(\frac{a-b}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}} - \frac{a^{\frac{3}{2}} - b^{\frac{3}{2}}}{a-b}\right) \cdot (b^{\frac{1}{2}} + a^{\frac{1}{2}})$ .

3. Решите уравнение:  $4x^{-\frac{2}{3}} + 3x^{-\frac{1}{3}} - 1 = 0$ .

4. Составьте уравнение той касательной к графику функции  $y = -2x^{-\frac{1}{2}} + x^{-2} + \frac{3}{7}$ , которая параллельна биссектрисе второй координатной четверти.

5. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $y = \frac{63}{3}x^{\frac{3}{2}} - \frac{4}{3}x^3$  на отрезке  $[1; 16]$ .

6. Решите неравенство  $(-x+1)^{\frac{5}{4}} < x^{\frac{4}{5}} + 1$ .

7. Решите уравнение  $z^4 - 81 = 0$  на множестве комплексных чисел.

8. Решите уравнение  $64 - x^5 - 2x^3 - 7x = (6 + 5x)^{\frac{1}{4}}$ .

### Контрольная работа №3 (2 часа)

#### Вариант 5

1. Вычислите: а)  $343^{\frac{1}{3}} - \left(\frac{1}{81}\right)^{-\frac{1}{4}}$ ; б)  $\left(3 - 5^{\frac{4}{3}}\right)\left(9 + 3 \cdot 5^{\frac{4}{3}} + 5^{\frac{8}{3}}\right)$ .

2. Упростите выражение:

а)  $\left(\frac{ab^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}} + \frac{ba^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}}\right) \cdot a^{-\frac{1}{2}} b^{-\frac{1}{2}}$ ; б)  $\left(\left(\frac{1}{a^{\frac{1}{4}}} - \frac{1}{b^{\frac{1}{4}}}\right)^2 + \frac{1}{(b^{\frac{1}{4}} + a^{\frac{1}{4}})^2}\right) \cdot \frac{1}{a^{-\frac{1}{2}} + \frac{1}{b^{-\frac{1}{2}}}}$ .

3. Решите уравнение:  $3x^{-\frac{2}{5}} + 2x^{-\frac{1}{5}} - 1 = 0$ .

4. Составьте уравнение касательной к графику функции  $y = (2\cos x)^{\frac{2}{3}}$  в точке  $x = \frac{\pi}{3}$ .

5. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $y = \frac{256}{5}x^{\frac{5}{4}} - 4x^2$  на отрезке  $[1; 81]$ .

6. Решите неравенство  $(-x)^{\frac{3}{5}} - 1 < (x+1)^{\frac{5}{3}}$ .

7. Решите уравнение  $z^3 - 6z - 9 = 0$  на множестве комплексных чисел.

8. Решите уравнение  $3x^7 + x^4 + 8x - 10 = (35 - 3x)^{\frac{1}{5}}$ .

### Контрольная работа №3 (2 часа)

#### Вариант 6

1. Вычислите: а)  $343^{\frac{1}{5}} - \left(\frac{1}{64}\right)^{\frac{1}{3}}$ ; б)  $\left(2 + 3^{\frac{4}{3}}\right)\left(4 - 2 \cdot 3^{\frac{4}{3}} + 3^{\frac{8}{3}}\right)$ .

2. Упростите выражение:

а)  $\left(\frac{(ab)^{\frac{1}{2}}}{a + (ab)^{\frac{1}{2}}} - \frac{ba}{(ab)^{\frac{1}{2}}}\right) \cdot \frac{a-b}{(ab)^{\frac{1}{2}}}$ ; б)  $\left(\left(\frac{ab^{\frac{1}{3}}}{ba^{\frac{3}{2}}}\right)^{\frac{3}{2}} + \left(\frac{a^{-1}b^{-\frac{3}{8}}}{a^{-\frac{1}{2}}}\right)^2\right) \cdot \left(\frac{1}{a^{\frac{1}{4}}} + \frac{1}{b^{\frac{1}{4}}}\right)$ .

3. Решите уравнение:  $2x^{-\frac{2}{7}} + x^{-\frac{1}{7}} - 1 = 0$ .

4. Составьте уравнение касательной к графику функции  $y = (2\sin x)^{\frac{2}{3}}$  в точке  $x = \frac{\pi}{6}$ .
5. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $y = -\frac{108}{5}x^{\frac{5}{4}} + \frac{1}{2}x^2$  на отрезке  $[16;81]$ .
6. Решите неравенство  $(-x+1)^{\frac{3}{7}} > x^{\frac{7}{3}} - 1$ .
7. Решите уравнение  $z^3 + 2z^2 + 2z + 1 = 0$  на множестве комплексных чисел.
8. Решите уравнение  $19 - 4x^7 - 3x^4 - 10x = (60 + 4x)^{\frac{1}{6}}$ .

**Контрольная работа №4 (2 часа)**  
**Вариант 1**

1. Постройте график функции: а)  $y = 0,5^x + 1$ ; б)  $y = \log_3(x + 3)$ .
2. Решите уравнение: а)  $\left(\frac{1}{49}\right)^{-x} = \sqrt{\frac{1}{7}}$ ; б)  $4^x + 7 \cdot 2^{x-1} = 4,5$ .
3. Решите неравенство:  $3^{\frac{1}{5x-2}} \leq \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{5-3x}}$ .
4. Вычислите:  $\log_2 \frac{\left(\frac{1}{8}\right)^3 \cdot 2^{-0,5}}{\left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot 2^{\frac{1}{5}}}$ .
5. Сравните числа  $a$  и  $b$ , если: а)  $a = \log_{\frac{1}{5}} \frac{7}{5}; b = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{2}{7}}$ ; б)  $a = \log_2 500; b = \sqrt[4]{10000}$ .
6. Решите неравенство:  $\frac{5^x + 1}{0,2 - 5^x} \geq 2\log_2 \sqrt{2}$ .
7. Решите неравенство:  $7^{|x|} \leq 1 - x^2$ .

**Контрольная работа №4 (2 часа)**  
**Вариант 2**

1. Постройте график функции: а)  $y = 3^{x-1}$ ; б)  $y = \log_{\frac{1}{3}} x - 3$ .
2. Решите уравнение: а)  $\left(\frac{1}{36}\right)^{-x} = \sqrt{\frac{1}{6}}$ ; б)  $3 \cdot 5^{2x-1} - 2 \cdot 5^x = 5$ .
3. Решите неравенство:  $7^{\frac{1}{4-3x}} \leq \left(\frac{1}{7}\right)^{\frac{1}{3-4x}}$ .
4. Вычислите:  $\log_3 \frac{\left(\frac{1}{27}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot 9^{-0,5}}{\left(\frac{1}{81}\right)^{-0,2} \cdot 3^5}$ .
5. Сравните числа  $a$  и  $b$ , если: а)  $a = \log_{\frac{1}{7}} \frac{127}{7}$ ;  $b = 0,5^{\frac{1}{5}}$ ; б)  $a = \log_3 2000$ ;  $b = \sqrt[3]{500}$ .
6. Решите неравенство:  $\frac{3-7^x}{1-7^{x+1}} \geq 2 \log_7 \sqrt{7}$ .
7. Решите неравенство:  $\left(\frac{1}{3}\right)^{|x|} \leq 1 + x^2$ .

**Контрольная работа №4 (2 часа)**  
**Вариант 3**

1. Постройте график функции: а)  $y = 2^x - 2$ ; б)  $y = \log_{\frac{1}{2}}(x+2)$ .
2. Решите уравнение: а)  $9^x \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{2-3x} = \sqrt{27^x} \cdot \sqrt[3]{81^{x+3}}$ ; б)  $2^{1-x} - 2^{3+x} - 15 = 0$ .

3. Решите неравенство:  $2^{\frac{3}{1-x}} \leq 0,5^{\frac{1}{3x+1}}$ .

4. Вычислите:  $\log_5 \frac{\left(\frac{1}{25}\right)^{-\frac{1}{\sqrt{3}}} \cdot 125^{\sqrt{2}}}{\left(\frac{1}{125}\right)^{-\sqrt{2}} \cdot 5^{\frac{1}{\sqrt{3}}}}$ .

5. Сравните числа  $a$  и  $b$ , если: а)  $a = \log_{\frac{3}{7}} \frac{137}{7}; b = 0,2^{\frac{1}{2}}$ ; б)  $a = \log_6 2000; b = \sqrt[5]{1000}$ .

6. Решите неравенство:  $\frac{4^x - 2^{x+1} - 6}{2^x - 2} \leq 5 \log_3 \sqrt[5]{3}$ .

7. Решите неравенство:  $2^{|x|} \leq \cos 2x$ .

**Контрольная работа №4 (2 часа)**  
**Вариант 4**

1. Постройте график функции: а)  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{x+3}$ ; б)  $y = \log_5 x - 5$ .

2. Решите уравнение: а)  $4^x \cdot 0,5^{1-3x} = \sqrt{8^x} \cdot \sqrt[4]{32^{x-2}}$ ; б)  $3^{2x+1} - 3^{1-2x} + 8 = 0$ .

3. Решите неравенство:  $25^{\frac{1}{3x-4}} \geq 0,2^{\frac{1}{2-x}}$ .

4. Вычислите:  $\log_7 \frac{\left(\frac{1}{49}\right)^{-\frac{1}{\sqrt{2}}} \cdot 7^{\sqrt{3}}}{\left(\frac{1}{7}\right)^{-\sqrt{3}} \cdot 7^{\sqrt{2}}}$ .

5. Сравните числа  $a$  и  $b$ , если: а)  $a = \log_{\frac{2}{3}} \frac{13}{3}; b = 0,3^{\frac{1}{3}}$ ; б)  $a = \log_3 1000; b = \sqrt[4]{1000}$ .

6. Решите неравенство:  $\frac{9^x - 2 \cdot 3^{x+1} - 9}{9 - 3^{x+2}} \geq 3 \log_5 \sqrt[3]{5}$ .

7. Решите неравенство:  $3^{|x|} + 1 \leq 2 \cos x$ .

**Контрольная работа №4 (2 часа)**  
**Вариант 3**

1. Постройте график функции: а)  $y = 2^x - 2$ ; б)  $y = \log_{\frac{1}{2}}(x + 2)$ .

2. Решите уравнение: а)  $9^x \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{2-3x} = \sqrt{27^x} \cdot \sqrt[3]{81^{x+3}}$ ; б)  $2^{1-x} - 2^{3+x} - 15 = 0$ .

3. Решите неравенство:  $2^{\frac{3}{1-x}} \leq 0,5^{\frac{1}{3x+1}}$ .

4. Вычислите:  $\log_5 \frac{\left(\frac{1}{25}\right)^{-\frac{1}{\sqrt{3}}} \cdot 125^{\sqrt{2}}}{\left(\frac{1}{125}\right)^{-\sqrt{2}} \cdot 5^{\frac{1}{\sqrt{3}}}}$ .

5. Сравните числа  $a$  и  $b$ , если: а)  $a = \log_{\frac{3}{7}} \frac{137}{7}$ ;  $b = 0,2^{\frac{1}{2}}$ ; б)  $a = \log_6 2000$ ;  $b = \sqrt[5]{1000}$ .

6. Решите неравенство:  $\frac{4^x - 2^{x+1} - 6}{2^x - 2} \leq 5 \log_3 \sqrt[5]{3}$ .

7. Решите неравенство:  $2^{|x|} \leq \cos 2x$ .

**Контрольная работа №4 (2 часа)**  
**Вариант 5**

1. Постройте график функции:  $y = \begin{cases} 0,5^{x-1}, & x < 1, \\ \log_2(x+1), & x \geq 1. \end{cases}$

2. Решите уравнение: а)  $27^{\frac{\sqrt{7-x}}{3}} = 4 \sqrt{\left(\frac{1}{81}\right)^{1-x}}$ ; б)  $5^x(5^{2x+1} + 4) = 1$ .

3. Решите неравенство:  $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{|x+2|}{3-x}} \cdot 3 \leq \sqrt{27}$ .

4. Вычислите:  $\log_{\frac{1}{3}} \frac{\left(\frac{1}{27}\right)^{-\sqrt{3}} \cdot 9^{\sqrt{3}}}{3^{-1} \cdot 81^{\frac{1}{4}}}$ .

5. Расположите в порядке возрастания числа  $b = \log_{0,3} \frac{100}{3}$ ;  $a = 0,3^{\frac{1}{3}}$ ;  $c = 0,5^{\frac{1}{5}}$ .

6. Решите неравенство:  $\left(\frac{1}{3}\right)^{|x|} - 1 \geq \frac{1}{3} |\sin 3x|$ .

7. Решите неравенство:  $2 \cdot 27^x - 5 \cdot 18^x + 5 \cdot 12^x - 3 \cdot 8^x = 0$ .

### Контрольная работа №4 (2 часа)

#### Вариант 6

1. Постройте график функции:  $y = \begin{cases} 3^x - 1, x \leq 0, \\ \log_{\frac{1}{3}}(x+1), x > 0. \end{cases}$

2. Решите уравнение: а)  $4 \cdot \sqrt[4]{0,0625^{-x}} = 32^{\frac{\sqrt{4-x}}{5}}$ ; б)  $3^{2x}(3^{2x+1} + 2) = 1$ .

3. Решите неравенство:  $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{|2x-1|}{x-3}} \cdot \sqrt{8} \geq \sqrt{2}$ .

4. Вычислите:  $\log_{\frac{1}{5}} \frac{\left(\frac{1}{25}\right)^{\sqrt{5}} \cdot 125^{-\sqrt{5}}}{5 \cdot 625^{-\frac{1}{4}}}$ .

5. Расположите в порядке возрастания числа  $b = \log_{0,7} \frac{100}{7}$ ;  $a = 0,2^{\frac{1}{2}}$ ;  $c = 0,3^{0,7}$ .

6. Решите неравенство:  $\left(\frac{1}{5}\right)^{|x|} - 1 \leq 3 \left| \cos \frac{x}{2} \right|$ .

7. Решите неравенство:  $3 \cdot 8^x + 18^x + 12^x - 2 \cdot 27^x = 0$ .

**Контрольная работа № 5 (2 часа)**  
**Вариант 1**

1. Вычислите  $36^{\log_6 5 + \log_9 81}$ .

2. Решите уравнение: а)  $\lg x - \lg 12 = \log_{0,1}(x+1) - \log_{100} 4$ ;

б)  $\log_3^2(x-1) - 2\log_{\frac{1}{3}} \frac{9}{x-1} = 2^{\log_2 7}$ ;

в)  $x^{\ln x} = e^2 x$ .

3. Решите неравенство: а)  $\log_{\frac{1}{3}}(x-2) > -3\log_{\frac{1}{5}} \sqrt[3]{\frac{1}{5}}$ ;    б)  $\left(1\frac{11}{25}\right)^{\log_9 x} > \left(\frac{5}{6}\right)^{\log_{\frac{1}{9}}(6-5x)}$ .

4. Исследуйте функцию  $y = e^{2x}(3x+2)$  на монотонность и экстремумы.

5. К графику функции  $y = \ln(2x+4)$  проведена касательная, параллельная прямой  $y = 0,5x - 3$ . Найдите точку пересечения этой касательной с осью  $x$ .

6. Решите неравенство:  $\log_{5+x}(1-2x) \geq \log_{5+x} 3 + \log_{5+x} x^2$ .

7. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} \log_3^3 y^2 + \left(\frac{1}{5}\right)^{-3x} = 127, \\ \log_3^2 y^2 - 2\left(\frac{1}{5}\right)^{-x} \cdot \log_3 y = 127 - 25^x. \end{cases}$$

**Контрольная работа № 5 (2 часа)**  
**Вариант 2**

1. Вычислите  $8^{\log_2 5 - \log_{27} 3}$ .

2. Решите уравнение: а)  $\log_7 x + \log_{49} 36 = \log_{\frac{1}{7}}(2x+6) + \log_7 48$ ;

б)  $\log_2^2(4-x) + \log_{\frac{1}{2}} \frac{8}{4-x} = 2^{\log_4 9}$ ;

в)  $x^{\log_3 x} = \frac{1}{9} x^3$ .

3. Решите неравенство: а)  $\log_{\frac{1}{2}}(x-5) > -4\log_{\frac{1}{3}}\sqrt[4]{\frac{1}{3}}$ ; б)  $\left(5\frac{4}{9}\right)^{\log_5 x} > \left(\frac{3}{7}\right)^{\log_1(5x-6)}$ .
4. Исследуйте функцию  $y = e^{4x}(2-3x)$  на монотонность и экстремумы.
5. К графику функции  $y = \ln(x-1)$  проведена касательная, параллельная биссектрисе первой координатной четверти. Найдите площадь треугольника, образованного этой касательной и осями координат.
6. Решите неравенство:  $\log_{3+x} 3 + \log_{3+x} x^2 \leq \log_{3+x}(x+4)$ .
7. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} \log_4^3 y^{\frac{1}{3}} - \left(\frac{1}{3}\right)^{-3x} = -9, \\ \log_4^2 y + \left(\frac{1}{3}\right)^{-x} \cdot \log_4 y^3 = 27 - 9^{x+1}. \end{cases}$$

**Контрольная работа № 5 (2 часа)**  
**Вариант 3**

1. Найдите  $\log_9 20$ , если  $\lg 2 = a, \lg 3 = b$ .
2. Решите уравнение: а)  $\log_{\frac{1}{3}}(3x-2) + \log_3 0,25 = \log_3 x - \log_{27} 64$ ;  
б)  $\log_{0,5}^2(x-5) + \log_2 \frac{4}{x-5} = \left(\frac{3}{5}\right)^{\log_3 \frac{1}{4} + \log_3 \frac{8}{5}}$ ;  
в)  $x^{\frac{\lg x + 11}{6}} = 10^{\lg x + 1}$ .
3. Решите неравенство: а)  $\left(2\frac{1}{4}\right)^{\log_3(x-1)} < \left(\frac{2}{3}\right)^{\log_1(5+x)}$ ; б)  $\log_{4-x}(2x+1) \leq \log_{4-x} 8 + \log_{4-x} x^2$ .
4. Исследуйте функцию  $y = e^{3x-7}(x^2 + x - 1)$  на монотонность и экстремумы.
5. Из точки  $A(0;1)$  проведите касательную к графику функции  $y = -\ln(2e^2 x)$ .

6. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} \log_2^3\left(\frac{1}{y}\right)^{-3} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-3x} = 296, \\ \left(\frac{3}{2}\log_2 y^2\right)^2 - 3\left(\frac{1}{3}\right)^{-x} \cdot \log_2 y = 148 - 3^{2x}. \end{cases}$$
7. Решите неравенство:  $\log_{\frac{1}{3}}(x-1) \geq x^2 - 2x - 9$ .

**Контрольная работа № 5 (2 часа)**  
**Вариант 4**

1. Найдите  $\log_{15} 75$ , если  $\log_2 5 = a, \log_2 3 = b$ .
2. Решите уравнение: а)  $\log_2(4x-3) + \log_{\frac{1}{8}} 125 = \log_{0,5} x + \log_4 0,04$ ;  
 б)  $\log_2^2(3x+1) - 3\log_{\frac{1}{2}} \frac{4}{3x+1} = \left(\frac{2}{7}\right)^{\log_2 1,5 + \log_2 \frac{4}{7}}$ ;  
 в)  $x^{\frac{\ln x + 9}{5}} = e^{\ln x + 1}$ .
3. Решите неравенство: а)  $\left(1\frac{9}{16}\right)^{\log_7(x+1)} > \left(\frac{4}{5}\right)^{\log_1(3+x)}$ ; б)  $\log_{x-2} 2 + \log_{x-2} x^2 \leq \log_{x-2}(13x-20)$ .
4. Исследуйте функцию  $y = e^{2x+1}\left(\frac{1}{2} - 4x^2 - x\right)$  на монотонность и экстремумы.
5. Из точки  $A(0; -1)$  проведите касательную к графику функции  $y = \ln\left(\frac{1}{3}e^3x\right)$ .

6. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} \log_7^3\left(\frac{1}{y}\right)^{-2} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-3x} = -91, \\ \log_7^2 y^2 + 2\left(\frac{1}{2}\right)^{-x} \cdot \log_7 y = 13 - 2^{2x}. \end{cases}$$
7. Решите неравенство:  $4x - x^2 + 7 \geq \log_2(x-1)$ .

**Контрольная работа № 5 (2 часа)**  
**Вариант 5**

1. Найдите  $\log_{25} 162$ , если  $\log_5 2 = a, \log_3 5 = b$ .
2. Решите уравнение: а)  $\log_5(x^2 - 7) + \log_{0,04} 324 = \log_{0,2} x + \log_{625} 81$ ;  
 б)  $\log_2^2(x-1) + \log_{\frac{1}{2}} \frac{8^{\frac{1}{3}}}{x-1} = \left(\frac{3}{11}\right)^{\log_{\frac{3}{11}} 1,5 + \log_{\frac{3}{11}} 2}$ ;  
 в)  $6^{\lg x} = 72 - x^{\lg 6}$ .
3. Решите неравенство: а)  $6,25^{\log_x(2-x)} < \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{\log_1(12-6x)}{x}}$ ; б)  $\log_{2x}(x^2 - 5x + 6) < 5 \lg \sqrt[5]{10}$ .
4. Исследуйте функцию  $y = e^{2x^2+1} \left(x^2 - \frac{3}{2}\right)$  на монотонность и экстремумы.
5. Решите неравенство:  $\frac{10}{x+1} + \log_{\frac{1}{3}}(x-1) + \log_{\frac{1}{4}} x \geq 0$ .
6. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} \log_5^3\left(\frac{1}{y}\right)^{-4} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-3x} = 61, \\ \left(2 \log_5 y^2\right)^2 - 4\left(\frac{1}{2}\right)^{-x} \cdot \log_5 y = 61 - 2^{2x}. \end{cases}$$
7. При каком значении параметра  $a$  графики функций  $y = a\sqrt{x}$  и  $y = e^x$  имеют общую касательную?

### Контрольная работа № 5 (2 часа)

#### Вариант 6

1. Найдите  $\log_{81} 168$ , если  $\log_3 2 = a, \log_2 7 = b$ .
2. Решите уравнение: а)  $\log_3(x^2 - 3) + \log_{\frac{1}{9}} 196 = \log_{\frac{1}{3}} x - \log_{27} 343$ ;  
 б)  $\log_5^2(5-x) + 2 \log_{\frac{1}{5}} \frac{5^{\frac{1}{2}}}{5-x} = \left(\frac{3}{17}\right)^{\log_{\frac{3}{17}} 0,5 + \log_{\frac{3}{17}} 4}$ ;  
 в)  $7^{\ln x} = 98 - x^{\ln 7}$ .
3. Решите неравенство: а)  $2,56^{\log_{x-1} x} > \left(\frac{5}{8}\right)^{\log_{x-1}(6-x)}$ ; б)  $\log_x(x^2 + 3x - 3) > 3 \ln \sqrt[3]{e}$ .

4. Исследуйте функцию  $y = e^{6x^2+5} \left( \frac{7}{6} - x^2 \right)$  на монотонность и экстремумы.
5. Решите неравенство:  $\log_2(x-3) + \log_5 x - \frac{14}{x+2} \leq 0$ .
6. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} \log_6^3 \left( \frac{1}{y} \right)^{-4} - \left( \frac{1}{2} \right)^{-6x} = -189, \\ \left( 2 \log_6 y^2 \right)^2 + 2 \left( \frac{1}{2} \right)^{-2x} \cdot \log_6 \left( \frac{1}{y} \right)^{-2} = 21 - 4^{2x}. \end{cases}$$
7. При каком значении параметра  $a$  графики функций  $y = ax^2$  и  $y = \ln x$  имеют общую касательную?

### Контрольная работа №6 (1 час)

#### Вариант 1

1. Докажите, что функция  $y = \frac{1}{5}x^5 - \cos 2x$  является первообразной для функции  $y = x^4 + 2\sin 2x$ .
2. Для функции  $y = \frac{2}{\sqrt{4x+13}} - \frac{3}{x^2}$  найдите ту первообразную, график которой проходит через заданную А (-3;-2).
3. Вычислите определённый интеграл: а)  $\int_2^{\pi} \left( \frac{1}{\sqrt{x}} + \sin x \right) dx$ ; б)  $\int_1^2 \frac{4x^3 - 5x^2 + 2x + 1}{x^2} dx$ .
4. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = 1 + x^2$ ,  $y - 2 = 0$ .
5. Известно, что функция  $y = F(x)$  – первообразная для функции  $y = (25x - x^3)\sqrt{x-3}$ . Исследуйте функцию  $y = F(x)$  на монотонность и экстремумы.
6. При каких значениях параметра  $a$  выполняется неравенство  $\int_1^a (4x - a) dx \leq 5a - 6$ ?

### Контрольная работа №6 (1 час)

#### Вариант 2

1. Докажите, что функция  $y = \frac{1}{7}x^7 + \sin 3x$  является первообразной для функции  $y = x^6 + 3\sin 3x$ .

2. Для функции  $y = \frac{3}{\sqrt{6x-5}} + \frac{7}{x^2}$  найдите ту первообразную, график которой проходит через заданную А (1;-5).

3. Вычислите определённый интеграл: а)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left( -\frac{1}{\sqrt{x}} + \cos x \right) dx$ ; б)  $\int_1^2 \frac{2x^3 + 7x^2 - 3x - 5}{x^2} dx$ .

4. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = -2 - x^2, y + 3 = 0$ .

5. Известно, что функция  $y = F(x)$  – первообразная для функции  $y = (4x - x^3)\sqrt{-x+1}$ . Исследуйте функцию  $y = F(x)$  на монотонность и экстремумы.

6. При каких значениях параметра  $b$  выполняется неравенство  $\int_1^b (b - 4x) dx \geq 11 - 7b$ ?

### Контрольная работа №6 (1 час)

#### Вариант 3

1. Докажите, что функция  $y = x^3 + \frac{1}{3} \sin^3 x - 5$  является первообразной для функции  $y = 3x^2 + \sin^2 x \cos x$ .

2. Для функции  $y = \frac{12}{2x+3} - \frac{5}{x^2}$  найдите ту первообразную, график которой проходит через заданную А (-1;2).

3. Вычислите определённый интеграл: а)  $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^2 3x dx$ ; б)  $\int_1^3 \frac{4x^3 - x^2 - 2x - 3}{x^2} dx$ .

4. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2, y = 2x - x^2$ .

5. Известно, что функция  $y = F(x)$  – первообразная для функции  $y = (x^3 - 81x)\sqrt{x-5}$ . Сравните  $F(7)$  и  $F(8)$ .

6. При каких положительных значениях параметра  $a$  выполняется неравенство  $\int_1^a (3x^2 - 4x + 2) dx \leq a$ ?

### Контрольная работа №6 (1 час)

#### Вариант 4

1. Докажите, что функция  $y = x^4 - \frac{1}{5} \cos^5 x + 2$  является первообразной для функции  $y = 4x^3 + \sin x \cos^4 x$ .

- Для функции  $y = \frac{15}{5x-9} + \frac{2}{x^2}$  найдите ту первообразную, график которой проходит через заданную А (2;-7).
- Вычислите определённый интеграл: а)  $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos^2 3x dx$ ; б)  $\int_2^3 \frac{-2x^3 + x^2 - x + 6}{x^2} dx$ .
- Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = (x+1)^2, y = 1 - x^2$ .
- Известно, что функция  $y = F(x)$  – первообразная для функции  $y = (-x^3 + 49x)\sqrt{x-6}$ . Сравните  $F(9)$  и  $F(8)$ .
- При каких положительных значениях параметра  $a$  выполняется неравенство  $\int_1^a (-3x^2 + 8x - 3) dx \geq a$ ?

### Контрольная работа №6 (2 часа)

#### Вариант 5

- Докажите, что функция  $y = \sqrt{x^2 - 2} + \frac{5}{x}$  является первообразной для функции  $y = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 2}} - \frac{5}{x^2}$ .
- Для функции  $y = \frac{2}{\cos^2 2x} + \sin 3x$  найдите ту первообразную, график которой проходит через заданную А  $(\frac{\pi}{2}; 2)$ .
- Найдите неопределённый интеграл: а)  $\int 3^x \left(1 + \frac{3^{-x}}{x^5}\right) dx$ ; б)  $\int \frac{5x^2 + 3x + 1}{\sqrt{x}} dx$ .
- Вычислите определённый интеграл: а)  $\int_1^{1\frac{3}{8}} \frac{dx}{\sqrt{3-2x}}$ ; б)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 x dx$ .
- Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = |x^2 - 1|, y = 11 - |x|$ .
- При каких отрицательных значениях параметра  $a$  выполняется неравенство  $\int_a^0 (2 \cdot 3^{-x} - 3^{-2x}) dx \leq 0$ ?
- Дана криволинейная трапеция, ограниченная линиями  $y = \sqrt{x} - 1, y - 2 = 0, x = 0$ . Какую часть площади трапеции составляет площадь треугольника, отсекаемого от данной трапеции касательной, проведённой из точки с координатами (-1;-1) к линии  $y = \sqrt{x} - 1$ ?

### Контрольная работа №6 (2 часа)

### Вариант 6

1. Докажите, что функция  $y = \sqrt{x^2 + 4} - \frac{9}{x}$  является первообразной для функции  $y = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}} + \frac{9}{x^2}$ .
2. Для функции  $y = \frac{3}{\sin^2 3x} - \cos 2x$  найдите ту первообразную, график которой проходит через заданную  $A(-\frac{\pi}{2}; 3)$ .
3. Найдите неопределённый интеграл: а)  $\int 5^x \left(1 - \frac{5^{-x}}{x^7}\right) dx$ ; б)  $\int \frac{10x^2 - 9x - \frac{1}{2}}{\sqrt{x}} dx$ .
4. Вычислите определённый интеграл: а)  $\int_1^{\frac{3}{16}} \frac{dx}{\sqrt{1-4x}}$ ; б)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^4 x dx$ .
5. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = |1 - x^2|, y = 5 - |x|$ .
6. При каких отрицательных значениях параметра  $a$  выполняется неравенство  $\int_a^0 (4^{-2x} - \frac{5}{2} \cdot 4^{-x}) dx \geq 0$ ?
7. Дана криволинейная трапеция, ограниченная линиями  $y = x^3 + 1, y - 1 = 0, x - 2 = 0$ . Какую часть площади трапеции составляет площадь треугольника, отсекаемого от данной трапеции касательной, проведённой из точки с координатами  $(0; -1)$  к линии  $y = x^3 + 1$ ?

### Контрольная работа №7 (2 часа)

#### Вариант 1

1. Решите уравнение: а)  $\frac{1}{x(x-2)} + \frac{2}{(x-1)^2} = 2$ ;  
б)  $2 \sin x \cos x + \sqrt{3} - 2 \cos x - \sqrt{3} \sin x = 0$ ;  
в)  $0,5^{|2x-1|-3} = 2^x$ .
2. Решите неравенство: а)  $\frac{\log_{0,2} \log_5 25}{\log_3(-5x+6)} > 0$ ; б)  $|2x+1| \geq 2,5x+1,5$ .
3. Решите уравнение  $\log_3(x+25) = 2^{58-x}$ .
4. Решите уравнение  $|\sin x| = \sin x + 2 \cos x$ .

5. Внутри равнобедренного прямоугольного треугольника случайным образом выбрана точка. Какова вероятность того, что она расположена ближе к вершине прямого угла, чем к вершинам острых углов треугольника?
6. Решите уравнение:  $\sin\left(-\frac{\pi x}{6}\right) = \log_3(x^2 + 6x + 12)$ .

### Контрольная работа №7 (2 часа)

#### Вариант 2

1. Решите уравнение: а)  $\frac{1}{x(x+2)} + \frac{2}{(x+1)^2} = 2$ ;  
 б)  $\sin 2x - 2\sin^2 x = 4\sin x - 4\cos x$ ;  
 в)  $3^{|3x+4|} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-5+2x}$ .
2. Решите неравенство: а)  $\frac{\log_5(2x-3)}{\log_{\frac{1}{3}} \log_3 9} > 0$ ; б)  $1,5x + 1 \leq |x - 1|$ .
3. Решите уравнение  $\log_2(x+12) = 3^{502-x}$ .
4. Решите уравнение  $|\cos x| = \cos x - 2\sin x$ .
5. Внутри квадрата случайным образом выбрана точка. Какова вероятность того, что она расположена внутри вписанного в него круга?
6. Решите уравнение:  $\cos 4\pi x = \log_2(2x^2 - 2x + \frac{5}{2})$ .

### Контрольная работа №7 (2 часа)

#### Вариант 3

1. Решите уравнение: а)  $\frac{2}{x(x+3)} + \frac{3}{(x+1)(x+2)} = 1$ ;  
 б) а)  $\sin x + \sin 2x = \cos x + 2\cos^2 x$ ;  
 б) в)  $25^{\frac{|3x-1|}{2}} = 5^{\log_{0,2}\left(\frac{1}{2-x}\right)}$ .

2. Решите неравенство: а)  $\frac{\lg(x^2 - 3)}{|x - 2|} \leq 0$ ; б)  $\frac{2,5}{|x + 2| + 3} < 2,5 - |x + 1|$ .  
 в)  $x^{\log_{0,1}(10x)} > 100^{3\log_{0,1} x + 2}$ .
3. Решите уравнение  $\log_{\frac{1}{5}}(x - 1) + \frac{7}{x + 1} = \log_3(x - 3) - \frac{6}{x}$ .
4. Решите уравнение  $\cos x - \frac{|2\sin x - 1|}{2\sin x - 1} \cdot \cos^2 x = \cos^2 x$ .
5. Внутри прямоугольного треугольника с отношением катетов, равным 3:4, и гипотенузой 70 см случайным образом выбрана точка. Какова вероятность того, что она расположена ближе к меньшему катету, чем к большему?
6. Решите уравнение:  $2^{1-x^2} + 2^{x^2-1} = 2\sin \frac{\pi x}{2}$ .
7. Решите неравенство  $\sin \pi x \geq \log_4(4x^2 - 4x + 5)$ .

### Контрольная работа №7 (2 часа)

#### Вариант 4

1. Решите уравнение: а)  $\frac{8}{(x + 1)(x + 3)} - \frac{1}{x(x + 4)} = 1$ ;  
 б)  $\sin x + \cos 2x = 1 + \sin x \cos 2x$ ;  
 в)  $121^{\frac{|7x+1|}{2}} = 11^{11 \cdot \frac{\log_1\left(\frac{1}{-3x+5}\right)}{11}}$ .
2. Решите неравенство: а)  $\frac{\lg(x^2 - 15)}{|x + 4|} \leq 0$ ; б)  $\frac{1}{|3x + 1| + 1} > 1 - \frac{|3x + 1|}{2}$ .  
 в)  $x^{\frac{1}{2}\log_{0,5} x - 3} < 2^{\frac{5}{2}\log_{0,5} x - 3}$ .
3. Решите уравнение  $\log_2(x - 3) - \frac{8}{x + 1} = \log_{\frac{1}{3}}(x - 4) + \frac{14}{x}$ .
4. Решите уравнение  $\sqrt{3}\sin x - \frac{|2\cos x + 1|}{2\cos x + 1} \cdot \sin^2 x = \sin^2 x$ .
5. Внутри параллелограмма  $ABCD$  с острым углом  $A$ , равным  $60^\circ$ , случайным образом выбрана точка. Какова вероятность того, что она расположена ближе к вершине  $A$ , чем к вершинам  $B$  и  $D$ , если диагональ параллелограмма делит его тупой угол на части в отношении 1:3?

6. Решите уравнение:  $3^{1-x^2} + 3^{x^2-1} = 2\cos 2\pi x$ .
7. Решите неравенство  $\sin^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \geq \log_2(5 + 3\cos 4x)$ .

**Контрольная работа №7 (2 часа)**  
**Вариант 5**

1. Решите уравнение: а)  $x^2 + \frac{25x^2}{(x+5)^2} = 11$ ;  
 а. б)  $\sin x \sin 2x \sin 3x = 0,25 \sin 4x$ ;  
 б. в)  $32^{\frac{|x^2-x|}{5}} = 2^{2^{\frac{\log_1(-1)}{2}}}$ .
2. Решите неравенство: а)  $\frac{\lg(x^2-8)}{|x-3|} \leq 0$ ; б)  $6 + |x-6|(2x+3) > x^2 - 5x$ .
3. Решите уравнение  $5^x + 12^x = 13^x$ .
4. Решите уравнение  $\frac{|\sqrt{3} - 2\cos 2x|}{\sqrt{3} - 2\cos 2x} \cdot \sin x = 4\sin^2 x \cos x$ .
5. На координатной плоскости  $xOy$  случайным образом выбрана точка  $M(x; y)$ , где  $0 \leq x \leq 5, 0 \leq y \leq 3$ , так, что отрезок  $OM$  является диагональю прямоугольника со сторонами, параллельными осям координат. Какова вероятность того, что площадь этого прямоугольника больше 9?
6. Решите уравнение:  $\log_3(1 + \sqrt{x}) = \log_8 x$ .
7. Решите неравенство  $(14x - 48 - x^2) \log_6\left(1 + 5\sin^2 \frac{\pi x}{2}\right) \geq 1$ .

**Контрольная работа №7 (2 часа)**  
**Вариант 6**

1. Решите уравнение: а)  $x^2 + \frac{x^2}{(x-1)^2} = 8$ ;  
 б)  $\cos x \cos 2x \cos 3x = 0,25 \cos 2x$ ;

а. в)  $27^{\frac{|x^2+x|}{3}} = 3^{3^{\log_3\left(\frac{1}{3x}\right)}}$ .

2. Решите неравенство: а)  $\frac{\lg(x^2-24)}{|x+5|} \leq 0$ ; б)  $20+|x-5|(2-3x) > x^2-x$ .

3. Решите уравнение  $8^x + 15^x = 17^x$ .

4. Решите уравнение  $\sqrt{2} \sin x + \frac{|1-2\sin x|}{1-2\sin x} \cdot \sin 2x = 0$ .

5. На координатной плоскости  $xOy$  случайным образом выбрана точка  $M(x;y)$ , где  $0 \leq x \leq 6, 0 \leq y \leq 2$ , так, что отрезок  $OM$  является диагональю прямоугольника со сторонами, параллельными осям координат. Какова вероятность того, что площадь этого прямоугольника меньше 4?

6. Решите уравнение:  $\log_4(1+\sqrt{x}) = \log_{15} x$ .

7. Решите неравенство  $(4x+x^2+3)\log_{\frac{1}{3}}\left(1+2\cos^2\frac{\pi x}{2}\right) \geq 1$ .

### Контрольная работа №8 (2 часа)

#### Вариант 1

1. Решите уравнение: а)  $\sqrt{x+6} = 0,25x + 0,25$ ; б)  $(5^{x^2+x} - 1)\sqrt{4x+2} = 0$ .

2. Решите неравенство: а)  $1+6x - \sqrt{7-3x} \geq 0$ .

3. Решите систему уравнений: а)  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 26, \\ xy = 5. \end{cases}$  б)  $\begin{cases} 2\sqrt{x} + 2\sqrt{y} = 3\sqrt{xy}, \\ x + y - 5 = 0. \end{cases}$

4. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств  $\begin{cases} x + y \leq 5, \\ x - y + 5 \geq 0, \\ y + 1 \geq 0. \end{cases}$

5. Докажите, что для любых неотрицательных чисел  $a$  и  $b$  выполняется неравенство  $(a+b)(a+2)(b+2) \geq 16ab$ .

6. Решите уравнение в целых числах  $5x + 3y = 11$ .

7. Три данных числа образуют арифметическую прогрессию. Если третий член прогрессии уменьшить на 3, то полученные три числа составят геометрическую прогрессию. Если второй член этой геометрической прогрессии уменьшить на  $\frac{4}{3}$ , то полученные три числа вновь составят геометрическую прогрессию. Найдите данные числа.

**Контрольная работа №8 (2 часа)**

**Вариант 2**

1. Решите уравнение: а)  $\sqrt{x+5} = 0,5x+1$ ; б)  $(11^{x^2-x} - 1)\sqrt{6x-3} = 0$ .
2. Решите неравенство: а)  $x + 0,25\sqrt{7+2x} \geq 0,25$ .
3. Решите систему уравнений: а)  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 37, \\ xy = 6. \end{cases}$  б)  $\begin{cases} 2\sqrt{x} - 2\sqrt{y} = \sqrt{xy}, \\ x + y = 5. \end{cases}$
4. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств  $\begin{cases} x + y - 7 \leq 0, \\ x - y + 7 \geq 0, \\ y - 1 \geq 0. \end{cases}$
5. Докажите, что для любых неотрицательных чисел  $a, b$  и  $c$  выполняется неравенство  $(a+1)(b+1)(a+c)(b+c) \geq 16abc$ .
6. Решите уравнение в целых числах  $5x - 12y = 8$ .
7. Три данных числа образуют геометрическую прогрессию. Если второй член прогрессии увеличить на 2, то полученные числа составят арифметическую прогрессию. Если третий член новой прогрессии увеличить на 9, то полученные три числа составят геометрическую прогрессию. Найдите данные числа.

**Контрольная работа №8 (2 часа)**

**Вариант 3**

1. Решите уравнение: а)  $\sqrt{1-x} + 1 = \sqrt{4-x}$ ; б)  $(17^{x^2+2x} - 1)\sqrt{4x+6} = 0$ .
2. Решите неравенство: а)  $x^2 + 1,5x\sqrt{4-x} - 1,5x \geq 0$ .
3. Решите систему уравнений: а)  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 25, \\ x^3 + y^3 = 25(x+y). \end{cases}$  б)  $\begin{cases} \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{y}-2\sqrt{x}} = 81, \\ \lg \sqrt{xy} - \lg 3 = 1. \end{cases}$
4. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств  $\begin{cases} y \geq 0,5x, \\ x + 0,5y \geq 0, \\ x + y - 3 \leq 0. \end{cases}$

5. Одна из трёх бочек наполнена водой, а остальные – пустые. Если вторую бочку наполнить водой из первой бочки, то в первой останется  $\frac{1}{4}$  воды. Если затем наполнить третью бочку из второй, то во второй останется  $\frac{2}{9}$  количества содержащейся в ней воды. Если из третьей бочки вылить воду в пустую первую, то для её наполнения потребуется ещё 50 литров. Определите вместимость каждой бочки.
6. Решите уравнение в целых числах  $12x + 5y = 4$ .
7. Докажите, что для любых положительных чисел  $a, b, c$  выполняется неравенство  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq \frac{1}{\sqrt{ab}} + \frac{1}{\sqrt{bc}} + \frac{1}{\sqrt{ac}}$ .

### Контрольная работа №8 (2 часа)

#### Вариант 4

1. Решите уравнение: а)  $\sqrt{x - \frac{3}{4}} = 7,5 - \sqrt{x + 18}$ ; б)  $(13^{x^2 - 2x} - 1)\sqrt{4x - 6} = 0$ .
2. Решите неравенство: а)  $x^2 + \frac{1}{3}x\sqrt{3x + 10} \geq \frac{2}{3}x$ .
3. Решите систему уравнений: а)  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 36, \\ x^3 - y^3 = 36(x - y). \end{cases}$  б)  $\begin{cases} 5^{2\sqrt{x} - \sqrt{y}} = 625, \\ \log_3 \sqrt{xy} = 1 + \log_3 10. \end{cases}$
4. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств  $\begin{cases} \frac{1}{3}y + x \geq 0, \\ \frac{1}{3}x \leq y, \\ x + y - 6 \leq 0. \end{cases}$
5. Вместимость трёх бочек для воды составляет 1440 литров. Две из них наполнены, третья – пустая. Чтобы наполнить пустую бочку, понадобится всё содержимое первой бочки и  $\frac{1}{5}$  содержимого второй бочки или же всё содержимое второй бочки и  $\frac{1}{3}$  содержимого первой бочки. Определите вместимость каждой бочки.
6. Решите уравнение в целых числах  $3x - 5y = 200$ .
7. Докажите, что для любых неотрицательных чисел  $a, b, c$  выполняется неравенство  $\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ac} \leq a + b + c$ .

**Контрольная работа №8 (2 часа)**  
**Вариант 5**

1. Решите уравнение: а)  $(19^{x^2+x} - 1)\sqrt{\frac{1}{2}x + 0,25} = 0$ ; б)  $\sqrt{|4x - 28|} = 2x - 2$ .
2. Решите неравенство: а)  $x^2 - 0,5x\sqrt{1-2x} + 2,5x \geq 0$ .
3. Решите систему уравнений: а)  $\begin{cases} xy(x+y) = 8, \\ x^3 + y^3 = 40. \end{cases}$  б)  $\begin{cases} y^{\sqrt{x}} = 16, \\ \sqrt{x} = 2 + 2\log_2 y. \end{cases}$
4. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств  $\begin{cases} 4 + x \geq y, \\ x \leq 0,25y, \\ 0,25x + y \geq 0. \end{cases}$
5. Три числа, сумма которых равна 78, образуют геометрическую прогрессию. Одновременно эти же числа являются соответственно первым, третьим и девятым членами арифметической прогрессии. Найдите эти числа.
6. Решите уравнение в целых числах  $12x - 17y = 4$ .
7. Докажите, что если  $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ , то выполняется неравенство  $\left(1 + \frac{1}{\sin x}\right)\left(1 + \frac{1}{\cos x}\right) > 5$ .

**Контрольная работа №8 (2 часа)**  
**Вариант 6**

1. Решите уравнение: а)  $(23^{x^2-2x} - 1)\sqrt{0,5x - \frac{3}{4}} = 0$ ; б)  $\sqrt{|4x - 32|} = 2x - 4$ .
2. Решите неравенство: а)  $x^2 - 1,25x + 0,75x\sqrt{5-2x} \geq 0$ .
3. Решите систему уравнений: а)  $\begin{cases} xy(x-y) = 15, \\ x^3 - y^3 = 170. \end{cases}$  б)  $\begin{cases} x^{\sqrt{y}} = 729, \\ \sqrt{y} - 3\log_3 x = 3. \end{cases}$

4. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств 
$$\begin{cases} y \leq 7 - x, \\ x + 0,2y \geq 0, \\ y \geq \frac{1}{5}x. \end{cases}$$
5. Три положительных числа, сумма которых равна 15, образуют арифметическую прогрессию. Если к ним прибавить соответственно 1, 4 и 19, то полученные три числа составят геометрическую прогрессию. Найдите эти числа.
6. Решите уравнение в целых числах  $27x + 13y = 2$ .
7. Докажите, что если  $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ , то выполняется неравенство  $\cos x + x \sin x > 1$ .

## КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ ПО ГЕОМЕТРИИ, 11 КЛАСС

### К-1. Вариант 1

1. Развёртка боковой поверхности цилиндра является квадратом, диагональ которого равна 10 см. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.
2. Высота конуса равна 6 см, угол при вершине осевого сечения равен  $120^\circ$ . Найдите:
  - а) площадь боковой поверхности конуса;
  - б) площадь сечения конуса плоскостью, проходящей через две образующие, угол между котор. равен  $30^\circ$ .
3. Диаметр шара равен 2м. Через конец диаметра проведена плоскость под углом  $45^\circ$  к нему. Найдите длину линии пересечения сферы и этой плоскости.

### К-1. Вариант 2

1. Плоскость, параллельная оси цилиндра, отсекает от окружности основания дугу в  $120^\circ$ . Высота цилиндра равна 5 см, радиус основания равен  $2\sqrt{3}$  см. Найдите площадь сечения.
2. Радиус основания конуса равен 6 см, а образующая наклонена к плоскости основания под углом  $30^\circ$ . Найдите:
  - а) площадь боковой поверхности конуса;
  - б) площадь сечения конуса плоскостью, проходящей через две образующие, угол между котор. равен  $60^\circ$ .
3. Сечение шара плоскостью, находящейся от его центра на расстоянии 3 см, имеет радиус 4 см. Найдите площадь сферы.

### К-1. Вариант 3

1. Сечение цилиндра плоскостью, параллельной оси, есть квадрат. Секущая плоскость отсекает от окружности основания дугу в  $90^\circ$ . Радиус основания цилиндра равен 4 см. Найдите площадь сечения.
2. Радиус кругового сектора равен 6 см, а его угол  $120^\circ$ . Сектор свёрнут в коническую поверхность. Найдите площадь поверхности конуса.
3. В шаре на расстоянии 12 см от центра проведена секущая плоскость так, что образовавшийся в сечении круг имеет радиус 5 см. Найдите площадь сферы.

#### К-1. Вариант 4

1. Развёртка боковой поверхности цилиндра является прямоугольником, диагональ которого равна 8 см, а угол между диагоналями равен  $30^\circ$ . Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.
2. Образующая конуса равна  $a$ , угол при вершине осевого сечения равен  $a$ . Найдите площадь боковой поверхности конуса.
3. В шаре по одну сторону от центра проведены два параллельных сечения, площади которых  $45\pi$  дм<sup>2</sup> и  $4\pi$  дм<sup>2</sup>. Найдите площадь сферы, если расстояние между плоскостями 9 дм.

#### ОТВЕТЫ НА КОНТРОЛЬНУЮ РАБОТУ

Вариант	Ответ
В-1	1. $50 + 25\pi$ см <sup>2</sup> . 2. а) $72\sqrt{3}\pi$ см <sup>2</sup> ; б) $36$ см <sup>2</sup> . 3. $\sqrt{2}$ км <sup>2</sup> .
В-2	1. $30$ см <sup>2</sup> . 2. а) $24\sqrt{3}\pi$ см <sup>2</sup> ; б) $12\sqrt{3}$ см <sup>2</sup> . 3. $100\pi$ см <sup>2</sup> .
В-3	1. $32$ см <sup>2</sup> . 2. $16\pi$ см <sup>2</sup> . 3. $-676\pi$ см <sup>2</sup> .
В-4	1. $256\pi$ см <sup>2</sup> . 2. $\pi a^2 \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$ см <sup>2</sup> . 3. $25\pi$ дм <sup>2</sup> .

#### К-2. Вариант 1

1. Сторона основания правильной четырёхугольной пирамиды равна 8 см, боковое ребро образует с плоскостью основания угол в  $45^\circ$ . Найдите объём пирамиды.
2. В прямой треугольной призме стороны основания относятся как  $17 : 10 : 9$ , а боковое ребро равно 16 см. Найдите стороны основания пирамиды, если площадь её боковой поверхности составляет  $1152$  см<sup>2</sup>.

#### К-2. Вариант 2

1. Высота боковой грани правильной четырёхугольной пирамиды равна 10 см. Найдите объём пирамиды, если боковая грань составляет с плоскостью основания угол  $45^\circ$ .
2. В основании прямой треугольной призмы лежит прямоугольный треугольник с катетами 8 см и 6 см. Найдите объём призмы, если площадь её боковой поверхности равна  $120$  см<sup>2</sup>.

#### К-2. Вариант 3

1. Боковое ребро правильной треугольной пирамиды равно 6 см и составляет с плоскостью основания угол  $60^\circ$ . Найдите объём пирамиды.
2. Сторона основания правильной шестиугольной призмы равна  $a$ , наибольшая диагональ призмы составляет с плоскостью основания призмы угол  $\alpha$ . Найдите высоту призмы и её объём.

### К-2. Вариант 4

1. Апофема правильной треугольной пирамиды равна 4 см, а двугранный угол при основании равен  $60^\circ$ . Найдите объём пирамиды.
2. В прямом параллелепипеде стороны основания, равные  $4\sqrt{2}$  см и 10 см, образуют угол в  $45^\circ$ . Меньшая диагональ параллелепипеда 14 см. Найдите его объём.

### ОТВЕТЫ НА КОНТРОЛЬНУЮ РАБОТУ

Вариант	Ответ
В-1	1. $\frac{256\sqrt{2}}{3}$ см <sup>3</sup> . 2. 34 см, 20 см, 18 см.
В-2	1. $\frac{1000\sqrt{2}}{3}$ см <sup>3</sup> . 2. 120 см <sup>3</sup> .
В-3	1. $20\frac{1}{4}$ см <sup>3</sup> . 2. $2a \operatorname{tg} \alpha$ ; $3\sqrt{3} a^3 \operatorname{tg} \alpha$ .
В-4	1. 24 см <sup>3</sup> . 2. 480 см <sup>3</sup> .

### К-3. Вариант 1

1. Осевое сечение конуса – равнобедренный прямоугольный треугольник, площадь которого равна  $9 \text{ м}^2$ . Найдите объём конуса.
2. Чему равен объём шарового сектора, если радиус окружности основания равен 60 см, а радиус шара 75 см?
3. Усечённый конус имеет радиусы оснований 4 см и 22 см. Чему равен радиус основания равновеликого ему цилиндра, имеющего с усечённым конусом одинаковую высоту?

### К-3. Вариант 2

1. Образующая конуса равна  $l$ , а длина окружности основания равна  $C$ . Найдите объём конуса.
2. Два равных шара расположены так, что центр одного лежит на поверхности другого. Как относится объём общей части шаров к объёму одного шара?
3. Площадь осевого сечения усечённого конуса равна разности площадей оснований, а радиусы оснований равны  $R$  и  $r$ . Найдите объём конуса.

### К-3. Вариант 3

1. Равносторонний треугольник вращается вокруг своей стороны  $a$ . Найдите объём полученного тела вращения.
2. Какую часть объёма шара составляет объём шарового сегмента, у которого высота составляет  $0,1$  диаметра шара, равного 20 см?

3. Радиусы оснований усечённого конуса равны 10 м и 6 м, образующая составляет с плоскостью основания угол  $45^\circ$ . Найдите объём конуса.

### К-3. Вариант 4

1. Прямоугольный треугольник с катетами  $a$  и  $b$  вращается вокруг гипотенузы. Найдите объём полученного тела вращения.
2. Плоскость, перпендикулярная диаметру шара, делит диаметр на отрезки, равные 3 см и 9 см. Найдите объём шара.
3. Равнобедренная трапеция вращается вокруг оси симметрии. Найдите объём полученного тела, если основания трапеции равны 6 м и 12 м, а боковая сторона равна 5 м.

Вариант	Ответ
В-1	1. $9\pi \text{ м}^3$ . 2. $112,5\pi \text{ см}^2$ или $450\pi \text{ см}^2$ . 3. 14 см.
В-2	1. $\frac{C^2}{24}\sqrt{4\pi^2 l^2 - C^2}$ . 2. 5 : 16. 3. $\frac{\pi^2}{3}(R^3 - r^3)$ .
В-3	1. $\frac{\pi a^3}{4}$ . 2. 0,028. 3. $\frac{98\pi}{3} \text{ м}^3$ .
В-4	1. $\frac{\pi a^2 b^2}{3\sqrt{a^2 + b^2}}$ . 2. $288\pi \text{ см}^3$ . 3. $84\pi \text{ м}^3$ .

### К-4. Вариант 1

1. Диаметр шара равен высоте цилиндра, осевое сечение которого есть квадрат. Найдите отношение объёмов шара и цилиндра.
2. Боковое ребро правильной шестиугольной пирамиды равно  $a$  и составляет с плоскостью основания угол  $\alpha$ . Найдите объём пирамиды и вписанного в пирамиду конуса, если  $a = 2$ ,  $\alpha = 60^\circ$ .
3. В конус вписан шар радиуса  $R$ . Образующая конуса составляет с плоскостью основания угол  $60^\circ$ . Найдите объём конуса.

### К-4. Вариант 2

1. В конус, осевое сечение которого есть правильный треугольник, вписан шар. Найдите отношение площади сферы к площади боковой поверхности конуса.

2. В цилиндр вписана призма. Основанием призмы служит прямоугольный треугольник, катет которого равен  $2a$ , а прилежащий угол равен  $60^\circ$ . Диагональ большей боковой грани призмы составляет с плоскостью её основания угол  $45^\circ$ . Найдите объём цилиндра.

3. В правильной треугольной пирамиде каждое боковое ребро равно  $b$  и образует с плоскостью основания угол  $30^\circ$ . Найдите площадь описанной сферы.

#### **К-4. Вариант 3**

1. Объём цилиндра равен  $96\pi$  см<sup>3</sup>, площадь его осевого сечения равна  $48$  см<sup>2</sup>. Найдите площадь сферы, описанной около цилиндра.

2. Высота правильной треугольной пирамиды равна  $h$ , а двугранный угол при основании равен  $\alpha$ . Найдите объём пирамиды и вписанного в пирамиду шара, если  $h = 3$ ,  $\alpha = 60^\circ$ .

3. В шар радиуса  $R$  вписан конус. Найдите объём конуса, если угол при вершине осевого сечения конуса равен  $60^\circ$ .

#### **К-4. Вариант 4**

1. Диаметр шара равен высоте конуса, образующая которого составляет с плоскостью основания угол в  $60^\circ$ . Найдите отношение объёма конуса к объёму шара.

2. Диагональ правильной четырёхугольной призмы равна  $a$  и составляет с плоскостью боковой грани угол  $\alpha$ . Найдите объём призмы и описанного около неё цилиндра, если  $a = 4$ ,  $\alpha = 30^\circ$ .

3. Сторона основания правильной четырёхугольной пирамиды равна  $a$ , двугранный угол при основании равен  $60^\circ$ . Найдите площадь вписанной сферы.

Вариант	Ответ
В-3	1. $\frac{\pi a^3}{4}$ . 2. 0,028. 3. $\frac{98\pi}{3} \text{ м}^3$ .
В-4	1. $\frac{\pi a^2 b^2}{3\sqrt{a^2 + b^2}}$ . 2. $288\pi \text{ см}^3$ . 3. $84\pi \text{ м}^3$ .
В-1	1. 2 : 3. 2. $V_n = 1,5; V_k = \frac{\sqrt{3}\pi}{4}$ . 3. $3\pi R^3$ .
В-2	1. 2 : 3. 2. $16\pi a^3$ . 3. $4\pi b^2$ .
В-3	1. $100\pi \text{ см}^3$ . 2. $V_n = 9\sqrt{3}; V_m = \frac{4}{3}\pi$ . 3. $0,375\pi R^3$ .
В-4	1. 2 : 3. 2. $V_{np} = 12; V_n = 6\pi$ . 3. $\frac{1}{3}\pi a^2$ .

### К-5. Вариант 1

- В параллелограмме ABCD диагонали пересекаются в точке O, точка M лежит на стороне BD, причём BM = MO, AB = m, AC = n. Выразите вектор BM через векторы m и n.
- Дан тетраэдр ABCD, в котором точка K – середина ребра AC, точка M – середина отрезка KD, DA = a, DB = b, DC = c. Разложите вектор BM по векторам a, b и c.
- Даны две точки A и B. Докажите, что для любых точек C и D пространства выполняется равенство CB – CA = DB – DA.

### К-5. Вариант 2

- В треугольнике ABC точка M – середина стороны AB, точка N – середина стороны AC, отрезки CM и BN пересекаются в точке O, BA = a, BC = b. Выразите вектор BO через векторы a и b.
- Дан параллелепипед ABCDA<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub>, AB = a, AD = b, AA<sub>1</sub> = c. Разложите вектор AM по векторам a, b и c, если M – точка пересечения диагоналей DC<sub>1</sub> и D<sub>1</sub>C.
- Дан треугольник ABC, в котором точки K, L и M – середины сторон BC, AC и AB. Докажите, что для любой точки D пространства выполняется равенство DK + DL + DM = DA + DB + DC.

### К-5. Вариант 3

1. В треугольнике ABC O – точка пересечения его медиан, AC = a, BC = b. Выразите вектор AO через векторы a и b.
2. Дан параллелепипед ABCDA<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub>, B<sub>1</sub>A<sub>1</sub> = a, B<sub>1</sub>C<sub>1</sub> = b, B<sub>1</sub>B = c. Разложите вектор B<sub>1</sub>M по векторам a, b и c, если M – точка пересечения диагоналей основания AC и BD.
3. Дан четырёхугольник ABCD, середины противоположных сторон которого пересекаются в точке K. Докажите, что для любой точки L пространства выполняется равенство  $LK = 1/4 \cdot (LA + LB + LC + LD)$ .

#### К-5. Вариант 4

1. В параллелограмме ABCD диагонали пересекаются в точке O, точка M лежит на стороне BC, BM = MC, AB = p, AO = q. Выразите вектор AM через векторы p и q.
2. Дан тетраэдр ABCD, в котором точка E – середина ребра BC, точка M – середина отрезка DE, AC = a, AB = b, AD = c. Разложите вектор AM по векторам a, b и c.
3. Дан треугольник ABC и две точки D и E, не лежащие в его плоскости. Докажите, что при выполнении равенства  $DE = xAB + yAC$  прямая DE параллельна плоскости ABC.

Вариант	Ответ
В-1	1. $\frac{1}{2}(\frac{1}{2}\vec{n} - \vec{m})$ . 2. $\frac{1}{4}\vec{a} - \vec{b} + \frac{1}{4}\vec{c}$ .
В-2	1. $\frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b})$ . 2. $\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$ .
В-3	1. $\frac{2}{3}(\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b})$ . 2. $\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} + \vec{c}$ .
В-4	1. $\vec{q} + \frac{1}{2}\vec{p}$ . 2. $\frac{1}{4}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$ .

#### К-6. Вариант 1

1. Даны векторы  $a\{1; -2; 0\}$ ,  $b\{3; -6; 0\}$ ,  $c\{0; -3; 4\}$ . Найдите координаты вектора  $p = 2a - b/3 - c$ .
2. Найдите угол между прямыми AB и CD, если A(6; -4; 8), B(8; -2; 4), C(12; -6; 4), D(14; -6; 2).
3. Дан куб ABCDA<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub>. Найдите угол φ между векторами AD<sub>1</sub> и BM, где M – середина ребра DD<sub>1</sub>.

#### К-6. Вариант 2

1. Даны векторы  $a = 2i - 3j + k$  и  $b = 4i - 2k$ , где i, j, k – единичные взаимно перпендикулярные векторы (орты). Найдите скалярное произведение векторов a и b.
2. Найдите угол между прямыми MN и EF, если M(1; 1; 0), N(3; -1; 0), E(4; -1; 2), F(0; 1; 0).
3. Даны координаты вершин тетраэдра MABC: M(2; 5; 7), A(1; -3; 2), B(2; 3; 7), C(3; 6; 0). Найдите расстояние от точки K до точки O, где K – середина ребра AM, O – середина ребра BC.

### К-6. Вариант 3

1. Даны векторы  $a\{2; 4; -6\}$ ,  $b\{-3; 1; 0\}$ ,  $c\{3; 0; -1\}$ . Найдите координаты вектора  $p = -a/2 + 2b - c$ .
2. Найдите угол между прямыми  $AB$  и  $CD$ , если  $A(\sqrt{3}; 1; 0)$ ,  $B(0; 0; 2\sqrt{2})$ ,  $C(0; 2; 0)$ ,  $D(\sqrt{3}; 1; 2\sqrt{2})$ .
3. Дан куб  $ABCDA_1B_1C_1D_1$ . Найдите угол между векторами  $AC$  и  $C_1D_1$ .

### К-6. Вариант 4

1. Даны векторы  $a = 5i - 2j + 4k$  и  $b = 3j + 2k$ , где  $i, j, k$  – единичные взаимно перпендикулярные векторы (орты). Найдите скалярное произведение векторов  $a$  и  $b$ .
2. Найдите угол между прямыми  $MN$  и  $KE$ , если  $M(2; 0; 0)$ ,  $N(0; 2; 0)$ ,  $K(2; 2; 0)$ ,  $E(2; 2; 2)$ .
3. В прямоугольном параллелепипеде  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  точка  $M$  – центр грани  $AA_1D_1D$ . Найдите угол  $\varphi$  между векторами  $BM$  и  $B_1C_1$ , если измерения параллелепипеда  $AB = 4$  м,  $AD = 3$  м,  $AA_1 = 5$  м.

Вариант	Ответ
В-1	1. $\vec{p}\{1; 4; -4\}$ . 2. $\frac{\pi}{6}$ . 3. $\cos\varphi = \frac{3}{\sqrt{10}}$ .
В-2	1. 6. 2. $\frac{\pi}{6}$ . 3. $\frac{\sqrt{57}}{2}$ .
В-3	1. $\vec{p}\{-10; 0; 4\}$ . 2. $\frac{\pi}{3}$ . 3. $\frac{2\pi}{3}$ .
В-4	1. 2. 2. $90^\circ$ . 3. $\cos\varphi = -\frac{8}{7\sqrt{17}}$ .